



Zuname:.....

Matrikelnummer:.....

**Aufgabe 1: (34 Punkte)**

Eindimensionale Betrachtung: Von einem satellitengestützten Positionsbestimmungssystem ist folgendes bekannt: (1) Das Satellitensignal wird aus dem Generatorpolynom  $p(x) = x^4 + x + 1$  erzeugt, (2) die Pulsform der Chips sind NRZ-Pulse, (3) die Synchronisationsgenauigkeit liegt unter 10% der Chipdauer.

- (a) (7 Punkte) Zeichnen Sie die Schieberegisterrealisierung des Generatorpolynoms.
- (b) (7 Punkte) Bestimmen Sie die binäre Folge.
- (c) (7 Punkte) Bestimmen Sie die periodische Autokorrelationsfunktion der Folge.
- (d) (7 Punkte) Ist die Autokorrelationsfunktion geeignet zur Positionsbestimmung? Wenn ja, warum?
- (e) (6 Punkte) Wählen Sie eine Chiprate, sodass die eindimensionale Genauigkeit unter 15 Meter bleibt. Annahme: Ideale Ausbreitungsverhältnisse.

Hinweis: Der NRZ (no-return-to-zero) Puls entspricht einer rechteckigen Kurvenform.

Zuname:.....

Matrikelnummer:.....

Zuname:.....

Matrikelnummer:.....

Zuname:.....

Matrikelnummer:.....

**Aufgabe 2: (33 Punkte)**

Die Batterie eines Handys entlade sich pro Tag um die Hälfte. Alle drei Tage ( $k = 3, 6, 9, \dots$ ) werde das Handy um Mitternacht mit 1Ah aufgeladen. Am Tag 0 sei es mit 0.5Ah nur etwa mittel voll geladen.

Hinweise:

$$\sum_{n=0}^{\infty} z^{-n} = \frac{1}{1 - z^{-1}} = \frac{z}{z - 1}$$

$$\cos(x) = \frac{\exp(jx) + \exp(-jx)}{2}$$

$$\sin(x) = \frac{\exp(jx) - \exp(-jx)}{2j}$$

Für jeden Wert  $|z| < 1$  erhält man einen endlichen Wert!

- (5 Punkte) Gib eine Zeitreihe für die ersten 9 Tage an, die den Batteriefüllstand des Handys  $y(k)$  um 23:59Uhr des Tages  $k = 0, 1, \dots, 9$  angibt.
- (5 Punkte) Gib die Füllstände nach unendlich langer Zeit ( $l \rightarrow \infty$ ) an für Tage  $k = 3l - 2$  und Tage  $k = 3l$ .
- (6 Punkte) Stelle eine rekursive Gleichung im Zeitbereich für den Füllstand der Handybatterie  $y(k)$  am jeweiligen Abend um 23:59Uhr des Tages  $k$  in der Einheit Ah dazu auf.
- (5 Punkte) Gib die zugehörige Gleichung im Z-Bereich an.
- (2 Punkte) Berechne nun einen Ausdruck für  $Y(z)$ , der Z-Transformierten von  $y(k)$  in der Form:

$$Y(z) = \frac{Az}{z - \frac{1}{2}} + \frac{Bz}{z - 1} + \frac{Cz^2 + Dz + E}{z^2 + z + 1}.$$

Berechne  $E$  explizit. Gib ein Bestimmungsgleichungssystem für  $A, B, C$  und  $D$  an. (Es ist nicht erforderlich  $A, B, C, D$  explizit auszurechnen!)

- (4 Punkte) Gib die beiden Rücktransformierten zu den Teilen mit  $A$  und  $B$  an.
- (2 Punkte) Betrachte nun den dritten Anteil. Wie lautet die Rücktransformierte zu

$$\frac{z^2}{z^2 + z + 1}?$$

- (2 Punkte) Erläutere den prinzipiellen Zeitverlauf der beiden Anteile aus (f) und des Anteils aus (g).
- (2 Punkte) Welches sind die kleinsten und größten Ladezustände, welche die Batterie in diesen Ladezyklen jemals einnehmen kann?

Zuname:.....

Matrikelnummer:.....

Zuname:.....

Matrikelnummer:.....



Zuname:.....

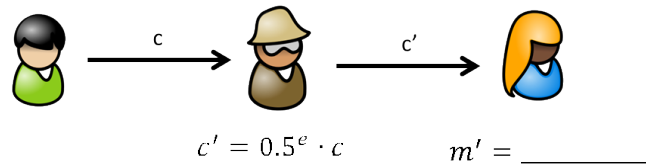
Matrikelnummer:.....

**Aufgabe 3: (33 Punkte)**

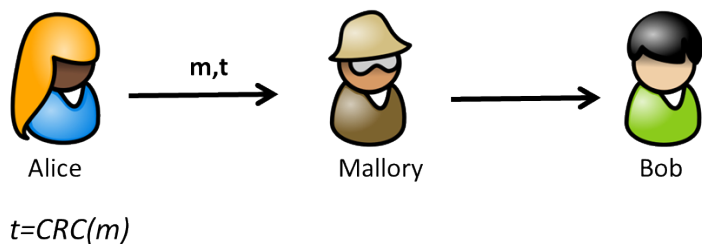
Alice möchte mittels **RSA** Verfahren mit Bob verschlüsselt kommunizieren. Dazu denkt sie sich zwei Zahlen  $p = 3$ ,  $q = 13$  aus und berechnet  $n = p \cdot q = 39$ .

*Anmerkung:* In der Aufgabe soll nur die *reine RSA Trapdoorfunktion* angewendet werden (ohne die in der Praxis verwendete Hashfunktion). In der Praxis müssen zudem wesentlich grössere Zahlen für  $p$  und  $q$  verwendet werden.

- (a) (3 Punkte) Berechnen Sie  $\varphi(n)$  mit den von Alice gewählten Zahlen (Formel und Berechnung).
- (b) (7 Punkte) Alice wählt  $e = 5$  als öffentlichen Schlüssel. Bestimmen Sie den zugehörigen **geheimen** Schlüssel  $d$ .
- (c) (7 Punkte) Bob möchte eine verschlüsselte Nachricht an Alice senden. Dazu setzt er Buchstaben Ziffern gleich ( $A = 1, B = 2, \dots, Z = 26$ ) und sendet jeweils pro Buchstaben eine separaten Nachricht. Wie berechnet Bob die verschlüsselten Nachrichten für den Text  $D A D$ ? (Formel und Berechnungen)
- (d) (4 Punkte) Was passiert bei dem hier verwendeten einfachen RSA Verfahren (Nutzung der reinen RSA Trapdoorfunktion) mit der Nachricht, wenn ein Man-in-the-Middle Angreifer den erste verschlüsselten Wert  $c$  (Ciphertext für den ersten Buchstaben) jeweils mit einem Faktor  $0.5^e$  multipliziert und diese dann an den Empfänger weiterleitet?



- (e) (4 Punkte) Alice möchte die Nachricht  $m = 14$  signieren. Wie berechnet Alice die Signatur *sig*? (Formel und Berechnung)
- (f) (4 Punkte) Alice möchte statt der RSA Signatur einen einfachen Message Authentication Code (MAC) verwenden, um die Integrität der Nachricht gegen einen Man-in-the-Middle Angreifer schützen. Sie überlegt eine einfache CRC Berechnung über die Nachricht als MAC zu verwenden. Kann Sie damit die Nachricht gegen einen Angreifer schützen? Begründen Sie Ihre Antwort.



**Zuname:**.....

**Matrikelnummer:**.....

- (g) (4 Punkte) Erläutern Sie den Unterschied zwischen einem Message Authentication Code (MAC) und einer digitalen Signatur.

Zuname:.....

Matrikelnummer:.....

Zuname:.....

Matrikelnummer:.....

Zuname:.....

Matrikelnummer:.....

Zuname:.....

Matrikelnummer:.....