Zeitdiskrete Signale und Systeme

Korrekturen und Ergänzungen zum Buch (2. Auflage)

Version 9. Mai 2015

Dr. Gerhard Doblinger
Institute of Telecommunications
Technische Universität Wien
Gusshausstr. 25/389
A-1040 Wien

Tel. +43 1 58801 38927, Fax +43 1 58801 938927
Email: gerhard.doblinger@nt.tuwien.ac.at
Internet: www.nt.tuwien.ac.at/about-us/staff/gerhard-doblinger/

Home Page des Buches:

www.nt.tuwien.ac.at/about-us/staff/gerhard-doblinger/

Vorwort

Diese Zusammenstellung beinhaltet Ergänzungen und Fehler, die in der 2. Auflage des Buches bis jetzt aufgetaucht sind. Für die 1. Auflage gibt es eine eigene Ergänzung.

Wien, im Mai 2011 G. Doblinger

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung

2 Zeitdiskrete Signale

Seite 10: **Ergänzung zu Abb. 2.3**

Die graphische Darstellung des zeitdiskreten Cosinussignals $x[n] = \cos(\frac{2\pi}{N}kn)$ zeigt, dass sich die Kurvenform für $k > N/2$ (d.h. $\theta_0 > \pi$) in umgekehrter Reihenfolge wiederholt. Frequenzen $\theta_0 = \frac{2\pi}{N}k$ und $\theta_0' = 2\pi - \frac{2\pi}{N}k = \frac{2\pi}{N}(N-k)$ ergeben den gleichen Signalverlauf in Abb. 2.3. Setzen wir nämlich θ_0' in $x[n]$ ein, so erhalten wir

$$x'[n] = \cos\theta_0' n = \cos\left(\frac{2\pi}{N}(N-k)n\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{N}kn\right) = x[n]$$

Hingegen ergibt sich z.B. für $x[n] = \sin\theta_0 n$

$$x'[n] = \sin\theta_0' n = \sin\left(\frac{2\pi}{N}(N-k)n\right) = -\sin\left(\frac{2\pi}{N}kn\right) = -x[n],$$

also das ursprüngliche Signal mit Vorzeichenumkehr. Im allgemeinen Fall hat $x'[n]$ einen anderen Signalverlauf als $x[n]$. Wie bei der Abtastung in Abschnitt 4.2 näher erläutert, bezeichnet man $x'[n]$ als das zu $x[n]$ gehörende **Aliasing-Signal**. Charakteristisch für dieses Signal ist das im Vergleich zum ursprünglichen Signal gespiegelte Frequenzverhalten.

3 Zeitdiskrete Systeme

Seite 31, 32: **Ergänzung zur Gültigkeit der Gleichungen (3.5) und (3.7)**

Die allgemeine Gültigkeit von (3.5) setzt voraus, dass die Operation $\mathcal{T}\{\cdot\}$ mit der unendlichen Summe vertauschbar ist. Nur dann kann das lineare System durch die Impulsantwort $h[n,k]$ beschrieben werden. Das gilt auch für die Faltungsbeziehung (3.7). Es gibt daher lineare und zeitinvariante Systeme, die nicht durch (3.7) beschrieben werden können. Ein Beispiel ist das System $y[n] = \lim\limits_{k\to-\infty} x[k]$, das einen konstanten Ausgangswert liefert, falls der Grenzwert nicht null ist. Das System ist linear und zeitinvariant (LTI System). Die Impulsantwort dieses Systems ist $h[n] = \lim\limits_{k\to-\infty} \delta[k] = 0$. Damit ergibt sich mit der Faltungsbeziehung $y[n] = 0$ (und nicht $x[-\infty]$). LTI-Systeme, deren Eingangs/Ausgangsverhalten nicht durch die Faltungsbeziehung charakterisiert werden kann, haben jedoch keine nennenswerte praktische Bedeutung.

Eine erweiterte Systembeschreibung, die auch diese Grenzfälle mit einschließt, ist in der folgenden Veröffentlichung zu finden:

I. W. Sandberg, “A representation theorem for linear systems,” *IEEE Trans. Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 45, pp. 578-580, May 1998.

4 Fouriertransformation für zeitdiskrete Signale und Systeme

Seite 63: **Fouriertransformation periodischer, zeitdiskreter Signale**

Als **Ergänzung** soll hier Gleichung (4.23) hergeleitet werden, da der Übergang von (4.22) zu (4.23) nicht so unmittelbar ersichtlich ist.

Wird die Fouriertransformation von $e^{j\frac{2\pi}{N}kn}$ nicht nur für $\theta \in [-\pi, \pi]$ bzw. $\theta \in [0, 2\pi]$ angegeben, sondern für $\theta \in [-\infty, \infty]$, dann müssen die periodischen Fortsetzungen (mit 2π) der Fouriertransformation berücksichtigt werden. Mit

$$e^{j\theta_0 n} \quad \overset{\mathcal{FT}}{\Longleftrightarrow} \quad 2\pi \sum_{l=-\infty}^{\infty} \delta(\theta - \theta_0 - 2\pi l), \quad \forall\theta \tag{1}$$

erhalten wir mit $\theta_0 = \frac{2\pi}{N}k$ entsprechend zu (4.22)

$$X\left(e^{j\theta}\right) = \mathcal{FT}\left\{\sum_{k=0}^{N-1} c_k\, e^{j\frac{2\pi}{N}kn}\right\} = \sum_{l=-\infty}^{\infty}\sum_{k=0}^{N-1} 2\pi\, c_k\, \delta\left(\theta - \frac{2\pi}{N}k - 2\pi l\right), \quad \forall\theta. \tag{2}$$

Die Fourierreihenkoeffizienten c_k sind periodisch mit N. Daher können wir auch c_{k+lN} statt c_k in Gl. 2 verwenden und erhalten

$$X\left(e^{j\theta}\right) = \sum_{l=-\infty}^{\infty}\sum_{k=0}^{N-1} 2\pi\, c_{k+lN}\, \delta\left(\theta - \frac{2\pi}{N}(k + lN)\right), \quad \forall\theta. \tag{3}$$

Ersetzen wir jetzt $k + lN$ durch den Index m, dann können wir die Doppelsumme durch eine einzige Summe über m ersetzen, da sowohl mit m als auch mit $k+lN$, $k = 0, \ldots, N-1$, $l = 0, \pm1, \pm2, \ldots$ alle Indizes von $-\infty, \ldots, \infty$ erfasst werden. Damit erhalten wir aus Gl. 3

$$X\left(e^{j\theta}\right) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} 2\pi\, c_m\, \delta\left(\theta - \frac{2\pi}{N}m\right), \quad \forall\theta, \tag{4}$$

in Übereinstimmung mit (4.23).

5 Differenzengleichungen und Z-Transformation

Seite 102, erster Absatz (markiert durch Balken): Der dritte und vierte Punkt bezieht sich auf **stabile**, zweiseitige Signale. Andere Fälle können mit dem MATLAB-Program `IZT_demo.m` der Programmsammlung zu diesem Buch anschaulich dargestellt werden.

6 Digitale Filter

Seite 120, Gl. (6.10): Ist nur für n_0 gerade gültig. Für n_0 gerade und ungerade gilt

$$h[n] = (-1)^{n-n_0} \frac{\sin\left((\pi-\theta_g)(n-n_0)\right)}{\pi(n-n_0)}, \quad \forall n$$

Seite 123, Gl. (6.17):

$$a[n] \approx \frac{1}{\sin\frac{\theta_0}{2}}\, h_{\mathrm{TP}}[n]\, \sin\left(\theta_0\left(n-n_0+\frac{1}{2}\right)\right)$$

Seite 128, Abbildung 6.2 und 6.3: {} sind durch () zu ersetzen, also z.B. $X\left(e^{j\theta}\right)$ statt $X\left\{e^{j\theta}\right\}$
Seite 128, Gl. (6.26): $X\left(e^{j\theta}\right)$ darf keinen Gleichanteil haben, da sonst $X_+\left(e^{j0}\right)) = X\left(e^{j0}\right)$ nicht Null ist (bedingt durch $\mathrm{sign}(0) = 0$). Bandpasssignale haben zwar keinen Gleichanteil, ein möglicher Offset wirkt sich jedoch stark auf die Bestimmung der Einhüllenden und der Momentanfrequenz aus. Dieser Effekt kann durch Addition eines konstanten Signalanteils zum analytischen Signal $x_+[n]$ bzw. mit dem MATLAB-Beispiel gezeigt werden.

Seite 143: In Abbildung 6.8 ist der linke Pfad (von $cT\,x[n]$ ausgehend) zum oberen Addierer zu entfernen (da im Zähler von $H(z)$ nur ein Term mit z vorhanden ist).

Seite 150: Abschnitt nach Beispiel 6.12: „Allerdings zeigt die Impulsantwort *dieser* IIR-Filter eine minimale Signalverzögerung.“ Das Wort *dieser* bezieht sich auf die im Abschnitt 6.3.2 vorgestellten IIR-Filter mit Standardapproximationen des Frequenzgangs. IIR-Filter mit allgemeiner Übertragungsfunktion müssen nicht minimalphasig sein. Ein Beispiel ist ein Allpassfilter mit konstantem Betragsverlauf des Frequenzgangs. Pole und Nullstellen des analogen Referenzfilters liegen in der s-Ebene spiegelbildlich zur imaginären Achse. Beim zugehörigen digitalen Filter liefert die bilineare Z-Transformation Pole und Nullstellen spiegelbildlich zum Einheitskreis.

7 Diskrete Fouriertransformation (DFT)

Seite 165, 166: Da $x_c[n]$ ein N/2-Punkte Signal ist, kann man $X_c^*[N-k]$ durch $X_c^*[N/2-k]$ in den Gleichungen (7.20), (7.21) und (7.22) ersetzen.

8 Multiratensignalverarbeitung

A Formeln für Fourier- und Z-Transformation