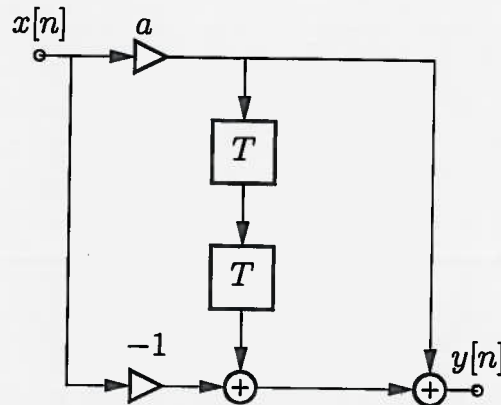


Aufgabe 1: (24 Punkte)

Gegeben ist das abgebildete Schaltbild eines digitalen Filters:



- (a) (8 Punkte) Bestimmen Sie für verschwindende Anfangsbedingungen und für allgemeine (reelle) Werte von a
1. eine Differenzgleichung des Systems
 2. die Impulsantwort $h[n]$ des Systems
 3. die Übertragungsfunktion $H(z)$ des Systems
 4. das Pol/Nullstellendiagramm für $a = \frac{1}{2}$ und für $a = 1$
- (b) (8 Punkte) Prüfen Sie (mit Begründung!) folgende Systemeigenschaften:
1. Kausalität (für welche Werte a ?)
 2. Stabilität (für welche Werte a ?)
 3. das System ist rekursiv oder nichtrekursiv (für welche Werte a ?)
 4. das System ist für $a = \frac{1}{2}$ ein Tiefpass oder ein Hochpass oder ein Bandpass oder eine Bandsperre
- (c) (8 Punkte) Für welche Werte von a hat das digitale Filter einen linearen Phasengang von $H(e^{j\theta})$? (mit Begründung!)

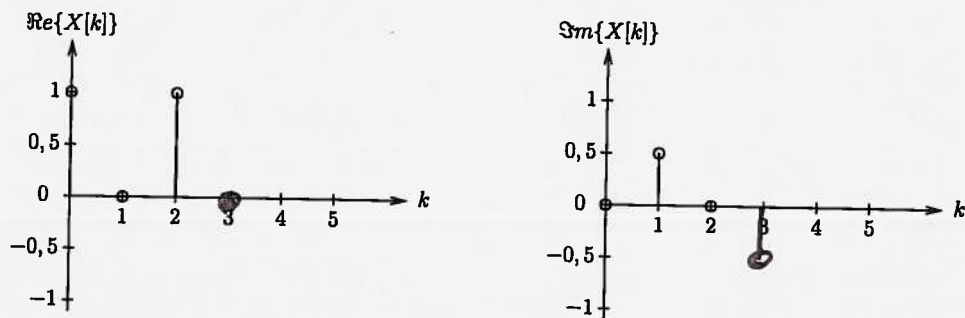
a.) 1.) $y[n] = (a-1)x[n] + a x[n-2]$
 2.) $h[n] = (a-1)\delta[n] + a\delta[n-2]$
 3.) $H(z) = (a-1) + az^{-2} = \frac{1}{z^2}((a-1)z^2 + a)$
 4.) $a = \frac{1}{2}$

b.) 1.) 2.) 3.) kausal, stabil, nichtrekursiv $\forall a \in \mathbb{R}$
 4.) ~~Hochpass~~ Bandpass

c.) $a \in \{0, \frac{1}{2}, 1\}$ nur für diese Werte sind Nst
 Spiegelbildlich zum Einheitskreis
 $a=0: H(e^{j\theta}) = -1$ $a = \frac{1}{2}: H(e^{j\theta}) = e^{j\theta} \sin(-\theta)$
 $a=1: H(e^{j\theta}) = \exp(-j2\theta)$

Aufgabe 2: (24 Punkte)

Gegeben sind die in der Abbildung angegebenen Werte der diskreten Fouriertransformation $X[k]$ eines reellwertigen $N = 4$ Punkte Signals $x[n]$:



- (a) (8 Punkte) Ergänzen Sie $X[k]$ für $k = \frac{N}{2} + 1, \dots, N - 1$.
 (b) (8 Punkte) Berechnen Sie $x[n]$ für $n = 0, 1, \dots, N - 1$ in der Form

$$x[n] = a + b(-1)^n + c \cos(\theta_0 n + \varphi_0)$$

und bestimmen Sie a, b, c, θ_0 und φ_0 .

- (c) (8 Punkte) Berechnen Sie die Signalenergie von $x[n]$.

2.a) $X[3] = -j/2$

2.b)
$$x[n] = \frac{1}{4} \sum_{k=0}^3 X[k] \exp(j \frac{2\pi}{4} k n) =$$

$$= \frac{1}{4} \left[1 + j \exp(j \frac{2\pi}{4} n) + 1(-1)^n - j/2 \exp(j \frac{2\pi}{4} 3n) \right]$$

$$= \frac{1}{4} \left[1 - \sin\left(\frac{2\pi}{4} n\right) + 1(-1)^n \right]$$

$\Rightarrow a = \frac{1}{4} = b$ ~~and~~ $c = -\frac{1}{4}$ $\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}$

2.c)
$$\sum_{n=0}^3 |x[n]|^2 = \frac{1}{4} \sum_{k=0}^3 |X[k]|^2 = \frac{1}{4} [1 + 0,25 + 1 + 0,25] = \frac{5}{8}$$

Aufgabe 3: (26 Punkte)

Bestimmen Sie die richtige(n) Aussage(n) bzw. die richtige(n) Antwort(en) und kreuzen Sie diese an.

(a) (8 Punkte) Die bilineare Z-Transformation

- A. verändert nicht den Phasenverlauf des Frequenzgangs bei der Transformation eines analogen Filters.
- B. verändert die Lage der Grenzfrequenzen bei der Transformation eines analogen Filters.
- C. führt ein stabiles Analog- in ein stabiles Digitalfilter über.
- D. Keine der anderen Antworten ist richtig.

(b) (8 Punkte) Beim Pol/Nullstellendiagramm der Übertragungsfunktion eines stabilen, akausalen, digitalen Filters mit reellwertigen, konstanten Filterkoeffizienten

- A. können alle Pole in $z = 0$ liegen.
- B. können alle Pole in $z = \infty$ liegen.
- C. liegen immer alle Pole ausserhalb des Einheitskreises (in der komplexen z-Ebene).
- D. müssen genau so viele Pole wie Nullstellen vorhanden sein.
- E. müssen alle Pole und Nullstellen als konjugiert komplexe Paare vorliegen.
- F. Keine der anderen Antworten ist richtig.

(c) (10 Punkte) Die inverse Z-Transformation von $X(z) = \frac{z}{z+2} + \frac{z}{z-\frac{1}{2}}$ ergibt ein:

- A. stabiles linksseitiges Signal,
- B. stabiles zweiseitiges Signal,
- C. stabiles rechtsseitiges Signal,
- D. Keine der anderen Antworten ist richtig.

Aufgabe 4: (26 Punkte)

Bestimmen Sie die richtige(n) Aussage(n) bzw. die richtige(n) Antwort(en) und kreuzen Sie diese an.

(a) (10 Punkte) Ein digitales Filter habe eine Impulsantwort der Länge $N_h = 100$. Mit Hilfe der zyklischen Faltung soll das Ausgangssignal auf ein Eingangssignal der Länge $N_x = 150$ berechnet werden. Dazu sollte

- A. eine DFT-Länge $N = 100$ verwendet werden und die Impulsantwort mit Nullen auf die Länge $N'_h = 150$ erweitert werden.
- B. eine DFT-Länge $N = 150$ verwendet werden und die Impulsantwort und das Eingangssignal mit Nullen auf die Länge $N'_h = 256$ erweitert werden.
- C. eine DFT-Länge $N = 200$ verwendet werden und die Impulsantwort und das Eingangssignal mit Nullen auf die Länge $N'_h = 200$ erweitert werden.
- D. Keine der anderen Antworten ist richtig.

(b) (6 Punkte) Die zyklische Faltung von zwei N -Punkte Signalen

- A. kann dazu verwendet werden eine lineare Faltung zu implementieren.
- B. kann durch Multiplikation zweier DFTs berechnet werden.
- C. kann durch lineare Faltung zweier DFTs berechnet werden.
- D. Keine der anderen Antworten ist richtig.

(c) (10 Punkte) Welche der folgenden $N = 8$ Punkte Signale haben reellwertige DFTs der Länge $N = 8$?

- A. $x[n] = (-1 \ -j \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -j)$
- B. $x[n] = (1 \ j \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ -j)$
- C. $x[n] = (1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1)$
- D. Keine der anderen Antworten ist richtig.

Hinweis: Diese Signaldarstellung gibt die Werte bei den Indizes $n = 0, 1, 2, \dots, 7$ an. So steht z.B. $x[n] = (-1 \ -j \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -j)$ für $x[n] = -\delta[n] - j\delta[n-1] - j\delta[n-7]$.