

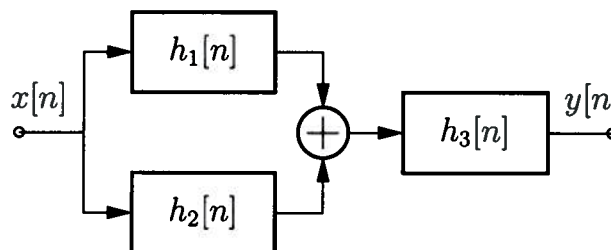
ZUNAME: .....  
 VORNAME: .....  
 MAT. NR.: .....

- Bitte beachten Sie:**
- An schriftlichen Unterlagen darf nur die **SuS2-Formelsammlung** verwendet werden!
  - Die Beispiele ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe ausarbeiten. **Zusatzblätter werden ignoriert!**
  - Eine **lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung** ist eine Voraussetzung für die positive Beurteilung Ihrer Arbeit!
  - **Mobiltelefone** müssen während des Tests **ausgeschaltet** sein!

Aufgabe:	1	2	3	4	Summe
Punkte (max.):	24	24	26	26	100
Punkte:					

**Aufgabe 1: (24 Punkte)**

Gegeben ist das abgebildete Blockschaltbild eines linearen, zeitinvarianten, zeitdiskreten Systems

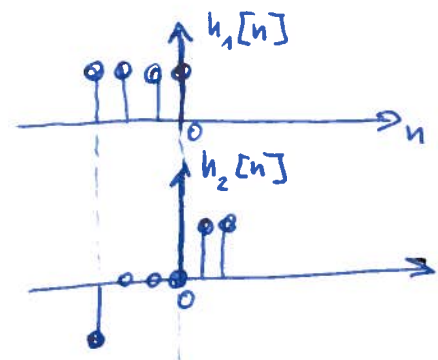


mit den folgenden Impulsantworten der Teilsysteme:

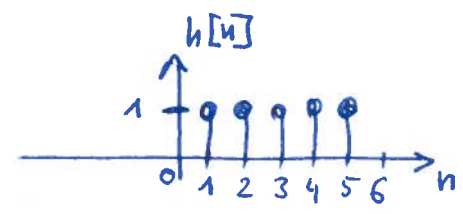
$$h_1[n] = \begin{cases} 1 & -3 \leq n \leq 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$h_2[n] = \begin{cases} -1 & n = -3 \\ 0 & -2 \leq n \leq 0 \\ 1 & n = 1, 2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$h_3[n] = \delta[n - 3]$$



1  $\Rightarrow$   $h[n]$



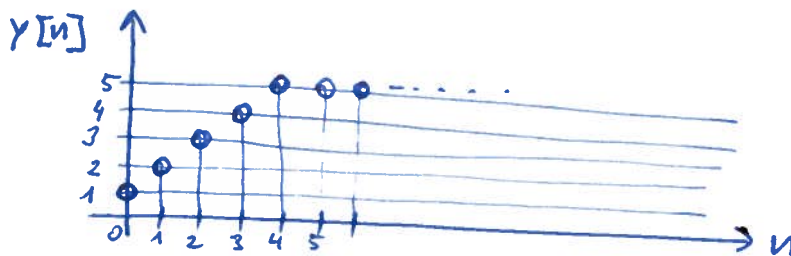
Berechnen Sie die Antwort  $y[n]$  des Gesamtsystems auf die Eingangssignale:

(a) (6 Punkte)  $x[n] = \delta[n+1]$  (Einsimpuls  $\delta[\cdot]$ )

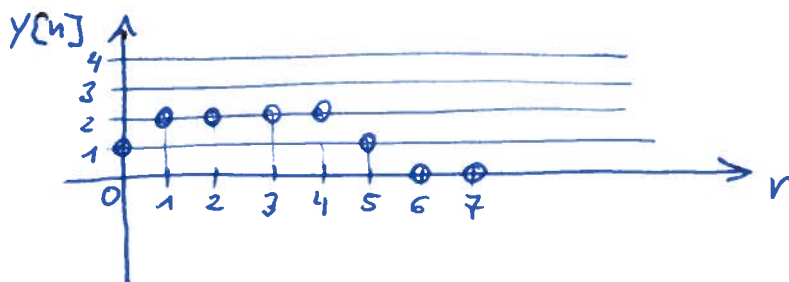
$$h[n] * \delta[n+1] = h[n+1] \Rightarrow$$

(b) (6 Punkte)  $x[n] = \sigma[n+1]$  (zeitdiskrete Sprungfunktion  $\sigma[\cdot]$ )

$$y[n] = \sigma[n] * h[n+1]$$



(c) (6 Punkte)  $x[n] = \sigma[n+1] - \sigma[n-1]$



(d) (6 Punkte)  $x[n] = \sin\left(\frac{2\pi}{5}n\right), \quad \forall n$

$$\sin\left(\frac{2\pi}{5} \cdot n\right) * h[n] = 0$$

## Aufgabe 2: (24 Punkte)

Gegeben ist das folgende zeitdiskrete Signal:

$$x[n] = -\delta[n+2] + 4\delta[n+1] - 4\delta[n-1] + \delta[n-2], \quad \forall n$$

Die Fouriertransformation von  $x[n]$  ist  $X(e^{j\theta}) = |X(e^{j\theta})|e^{j \arg(X(e^{j\theta}))}$ .

Berechnen Sie für das gegebene  $x[n]$  die folgenden Ausdrücke:

(a) (4 Punkte)  $X(e^{j\theta})|_{\theta=0}$

$$X(e^{j0}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] e^{-j \cdot 0} = -1 + 4 - 4 + 1 = 0$$

(b) (4 Punkte)  $X(e^{j\theta})|_{\theta=\pi}$

$$X(e^{j\pi}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \underbrace{e^{-j\pi}}_{(-1)^n} = -1 - 4 + 4 + 1 = 0$$

(c) (4 Punkte)  $\Re\{X(e^{j\theta})\}$

$\Re\{X(e^{j\theta})\} = 0$ , da  $x[n]$  ein ungerades Signal ist.

(d) (4 Punkte)  $\arg(X(e^{j\theta}))$   $H(e^{j\theta}) = -2j \sin(2\theta) + 8j \sin(\theta)$

$$\arg\{X(e^{j\theta})\} = \begin{cases} \frac{\pi}{2}, & 0 < \theta < \pi \\ -\frac{\pi}{2}, & \pi < \theta < 2\pi \end{cases}$$

undefiniert,  $\theta = 0, \pi, (2\pi)$ .

(e) (4 Punkte)  $\int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\theta}) d\theta$

$$x[n] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\theta}) e^{j\theta n} d\theta \quad \Rightarrow x[0] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\theta}) d\theta \quad \Rightarrow x[0] = 0.$$

(f) (4 Punkte)  $\int_{-\pi}^{\pi} |X(e^{j\theta})|^2 d\theta =$

$$= 2\pi \sum_{n=-\infty}^{\infty} |x[n]|^2 = 2\pi (1 + 16 + 16 + 1) = 68\pi$$

Hinweis: Nutzen Sie grundlegende Eigenschaften der Fouriertransformation und beachten Sie, auf welche Weise Signale im Zeit- und Frequenzbereich miteinander verknüpft sind. Sie müssen jedoch angeben, wie Sie zu Ihren Ergebnissen gekommen sind! Nur die Ergebnisse kommentarlos hinschreiben genügt nicht.

**Aufgabe 3: (26 Punkte)**

Bestimmen Sie die richtige(n) Aussage(n) bzw. die richtige(n) Antwort(en) und kreuzen Sie diese an.

(a) (8 Punkte) Die folgenden Systeme werden durch Impulsantwort  $h[n]$  oder Übertragungsfunktion  $H(e^{j\theta})$  oder Eingangs/Ausgangsbeziehung  $y[n] = \mathcal{T}\{x[n]\}$  beschrieben.

- A. Das System mit  $y[n] = \sum_{k=n-5}^{n+5} x[k]$ ,  $\forall n$  ist kausal.
- B. Das System mit  $h[n] = \frac{\sin \frac{\pi}{3}n}{n}$ ,  $\forall n$  ist kausal.
- C. Das System mit  $H(e^{j\theta}) = e^{-j3\theta}$  ist kausal.
- D. Das System mit  $y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[n-k]\sigma[k+3]\sigma[-k+3]$  ist kausal ( $\sigma[\cdot]$  ist die zeitdiskrete Sprungfunktion).
- E. Keine der anderen Lösungen ist richtig.

(b) (4 Punkte) Ein reellwertiges, ungerades, periodisches Signal hat Fourierreihenoeffizienten, die

- A. reell und gerade sind,
- B. reell und ungerade sind.
- C. imaginär und ungerade sind,
- D. imaginär und gerade sind,
- E. Keine der anderen Lösungen ist richtig.

(c) (6 Punkte) Das zeitkontinuierliche Signal  $x_a(t) = \sum_{k=-10}^{10} e^{jk\omega_0 t}$ ,  $\forall t$  mit der Grundfrequenz  $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 100$  Hz soll abgetastet werden, um das zugehörige zeitdiskrete Signal  $x[n]$  zu erhalten.

Für eine exakte Rekonstruktion mit einem Tiefpassfilter von  $x_a(t)$  aus  $x[n]$  muss die Abtastfrequenz  $f_s$

- A. 2.1 kHz sein,
- B. 1.9 kHz sein,
- C. 1 kHz sein,
- D. 2.5 kHz sein,
- E. Keine der anderen Antworten ist richtig.

(d) (8 Punkte) Von einem zeitdiskreten und linearen System sei die Impulsantwort  $h[n] = \sigma[n] - \sigma[n-5]$ ,  $\forall n$  gegeben. Das Eingangssignal sei  $x[n] = \sigma[n+3] - \sigma[n]$ ,  $\forall n$  ( $\sigma[\cdot]$  ist die zeitdiskrete Sprungfunktion).

Die Systemantwort  $y[n]$  ist Null **ausserhalb** des Intervalls

- A.  $[-2, 4]$ ,
- B.  $[-4, 2]$ ,
- C.  $[-3, 5]$ ,
- D.  $[-5, 3]$ ,
- E. Keine der anderen Antworten ist richtig.

**Aufgabe 4: (26 Punkte)**

Bestimmen Sie die richtige(n) Antwort(en) und kreuzen Sie diese an.

(a) (6 Punkte) Welche der durch die Übertragungsfunktion  $H(e^{j\theta})$  charakterisierten Systeme sind stabile Systeme?

- A.  $H(e^{j\theta}) = \sin(4\theta)$
- B.  $H(e^{j\theta}) = \frac{1}{1-0.6e^{-j\theta}}$
- C.  $H(e^{j\theta}) = e^{-j\theta} + 2e^{-j2\theta} - 3e^{j3\theta}$
- D.  $H(e^{j\theta}) = \frac{1}{1-e^{-j\theta}}$
- E. Keines der gegebenen Systeme ist stabil.

(b) (4 Punkte) Die Systemantwort auf das Eingangssignal eines linearen, zeitinvarianten und zeitdiskreten Systems ist gegeben durch:

- A. die Summe des Eingangssignals und der Übertragungsfunktion,
- B. die Faltung des Eingangssignals mit der Übertragungsfunktion,
- C. die Multiplikation der inversen Übertragungsfunktion mit dem Eingangssignal,
- D. die Faltung des Eingangssignals mit der Impulsantwort des Systems,
- E. keine der anderen Antworten ist richtig

(c) (8 Punkte) Die Antwort eines stabilen, linearen, zeitinvarianten und zeitdiskreten Systems auf ein periodisches Eingangssignal mit der Periodendauer  $N$ :

- A. ist periodisch mit Periodendauer  $N$ ,
- B. ist ein nichtperiodisches Signal unendlicher Dauer,
- C. ist immer ein gerades periodisches Signal mit der Periodendauer  $N$ ,
- D. kann null sein für alle Zeitindizes  $n \in [-\infty, \infty]$ ,
- E. keine der anderen Antworten ist richtig

(d) (8 Punkte) Ein zeitdiskretes Signal  $x[n]$  habe die Fouriertransformation  $X(e^{j\theta})$ . Die Multiplikation von  $x[n]$  mit dem Signal  $p[n] = 2 \cos(\theta_0 n)$ ,  $\forall n$  ergibt im Frequenzbereich:

- A. eine Multiplikation von  $X(e^{j\theta})$  mit der Fouriertransformation von  $p[n]$ ,
- B. eine Verschiebung von  $X(e^{j\theta})$  nur um  $+\theta_0$  entlang der Frequenzachse,
- C. eine Faltung von  $X(e^{j\theta})$  mit der Fouriertransformation von  $p[n]$ ,
- D. eine Verschiebung von  $X(e^{j\theta})$  um jeweils  $+\theta_0$  und um  $-\theta_0$  entlang der Frequenzachse,
- E. keine der anderen Antworten ist richtig

**Raum für Nebenrechnungen**