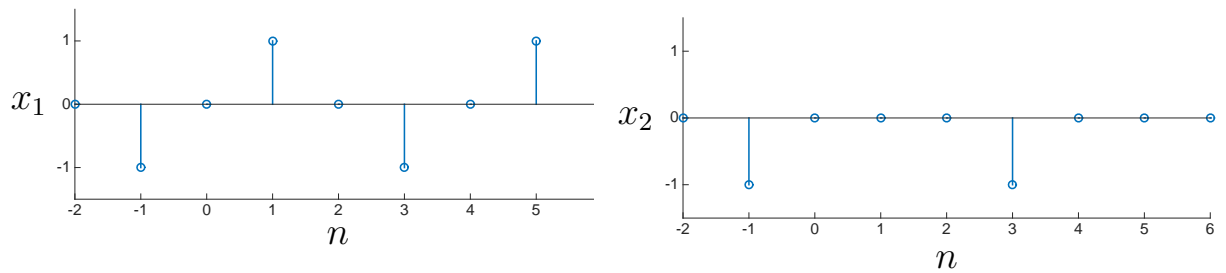


Aufgabe 1: (35 Punkte)

Gegeben seien zwei **periodische, zeitdiskrete Signale** $x_1[n]$ und $x_2[n]$.



- (a) (4 Punkte) Bestimmen Sie die **Periodendauer** N_1 von $x_1[n]$

$$N_1 = 4$$

- (b) (5 Punkte) Welche **Symmetrie** (gerade/ungerade/keine) besitzt $x_1[n]$?

Begründung: $x_1[n] = -x_1[-n]$

Symmetrie von $x_1[n]$: **ungerade**

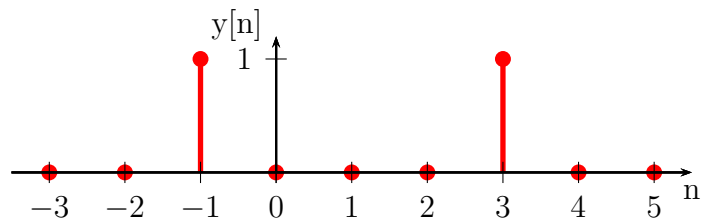
- (c) (6 Punkte) Bestimmen Sie die **Fourierreihenoeffizienten** c_k des Signals $x_1[n]$.

$$c_0 = 0, c_1 = -j/2, c_2 = 0, c_3 = j/2$$

- (d) (4 Punkte) Bestimmen Sie die **Periodendauer** N_2 von $x_2[n]$

$$N_2 = 4$$

- (e) (4 Punkte) Das Signal $y[n]$ wird durch $y[n] = x_1[n]x_2[n]$ gebildet. Skizzieren Sie $y[n]$ und geben Sie die Periodendauer N von $y[n]$ an. $y[n] = -x_2[n]$
Skizze von $y[n]$: (Achsen beschriften!)



$$N = 4$$

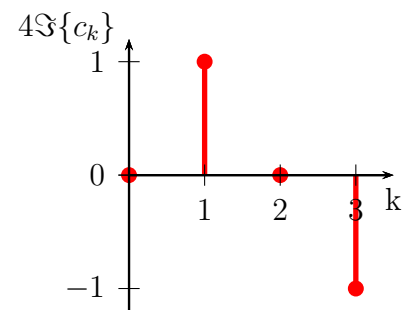
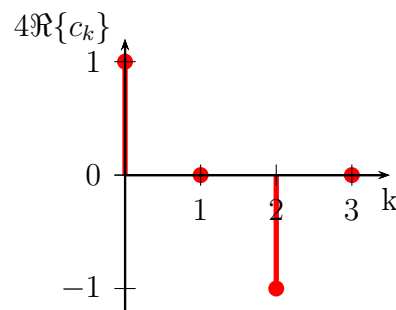
- (f) (4 Punkte) Berechnen Sie die **Fourierreihenoeffizienten** c_k des Signals $y[n]$.

$$c_k = (1/4)e^{j2\pi k/4}, k = 0, \dots, 3$$

- (g) (4 Punkte) Sind die Koeffizienten c_k reell/imaginär/komplex?

c_k ist **komplexwertig**

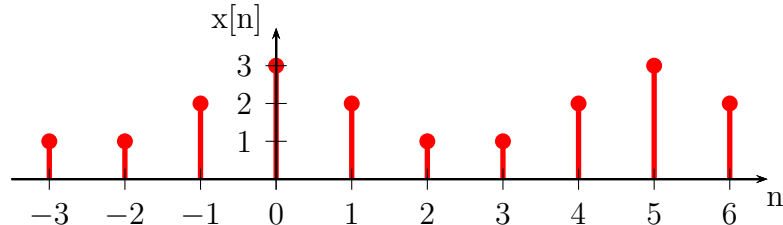
- (h) (4 Punkte) **Skizzieren Sie c_k (Achsen beschriften!)**



Aufgabe 2: (35 Punkte)

Wir betrachten ein reellwertiges periodisches Signal $x[n]$, mit Periodendauer $N=5$, und die zugehörigen Fourierreihenoeffizienten c_k , $k=0, \dots, 4$. Von dem Signal $x[n]$ sind die Werte $x[0]=3$, $x[2]=1$ sowie $x[4]=2$ bekannt. Ausserdem ist bekannt, dass die Koeffizienten c_k rein reellwertig sind.

- (a) (10 Punkte) Bestimmen und skizzieren Sie das Signal $x[n]$, $n=0, 1, 2, 3, 4$
 $x[1] = x[-1] = x[4] = 2$, $x[3] = x[-2] = x[2] = 1$



- (b) (8 Punkte) Bestimmen Sie die Werte der Koeffizienten c_k für $k=0, \dots, 4$

$$c_k = (1/5)(3 + 4 \cos(2\pi k/5) + 2 \cos(4\pi k/5))$$

- (c) (8 Punkte) Bestimmen Sie die Signalleistung $P_x = \sum_{k=0}^{N-1} |c_k|^2$ von $x[n]$
 (Hinweis: Zur Lösung brauchen Sie nicht unbedingt das Ergebnis von Punkt (b))

$$P_x = (1/N) \sum_{n=0}^{N-1} x^2[n] = (1/5)(9 + 8 + 2) = 3.8$$

- (d) (9 Punkte) Bestimmen Sie die Fourierreihenoeffizienten d_k , $k=0, 1, 2, 3, 4$, des Ausgangssignals des Systems, mit der Übertragungsfunktion $H(e^{j\theta}) = 1 - e^{-j\theta}$, $-\pi \leq \theta \leq \pi$, auf das gegebene periodische Eingangssignal $x[n]$
 (Hinweis: Zur Lösung brauchen Sie nicht unbedingt das Ergebnis von Punkt (b))

$$d_k = c_k H(e^{j2\pi k/5}) = c_k (1 - e^{-j2\pi k/5})$$

Hinweis: Nutzen Sie grundlegende Eigenschaften der Fouriertransformation und beachten Sie, auf welche Weise Signale im Zeit- und Frequenzbereich miteinander verknüpft sind. Sie müssen jedoch angeben, wie Sie zu Ihren Ergebnissen gekommen sind! Nur die Ergebnisse kommentarlos hinzuschreiben genügt nicht.

Aufgabe 3: (14 Punkte)

Signale und Systeme im Zeitbereich: Bestimmen Sie die richtige(n) Antwort(en) und **kreuzen Sie diese an**.

- (a) (4 Punkte) Gegeben sind 2 Signale $x_1[n]$, $x_2[n]$. $x_1[n]$ ist im Intervall $[0, 2]$ von Null verschieden, $x_2[n]$ ist in $[0, 3]$ von Null verschieden. Die Faltungsprodukt $y[n] = (x_1 * x_2)[n]$ ist Null **ausserhalb** des Intervalls:

- A. $[0,6]$
- B. $[-2,10]$
- C. $[3,5]$
- D. $[-10,-1]$
- E. keine dieser Lösungen ist richtig.

- (b) (3 Punkte) Finden Sie die korrekten Beziehungen zwischen dem Signal $x[n]$ und seinen **geraden** ($x_g[n]$) und **ungeraden** ($x_u[n]$) Anteilen:

- A. $x[n] = x_g[n] - x_u[n]$
- B. $x_g[n] = x[n] - x[-n]$
- C. $x_g[n] = \frac{1}{2}(x[n] + x[-n])$
- D. $x[n] = x_g[n] + x_u[n]$
- E. $x_u[n] = \frac{1}{2}(x[n] - x[-n])$

- (c) (3 Punkte) Ein Zeitsignal mit einem periodischen Spektrum ist immer:

- A. periodisch
- B. diskret
- C. kontinuierlich
- D. gerade
- E. Keine dieser Lösungen ist richtig.

- (d) (4 Punkte) Gegeben ist ein System, das das Quadrat des Eingangssignals bildet: $y[n] = x^2[n], \forall n$. Wenn $x[n]$ ein periodisches, zeitdiskretes, Signal mit Periodendauer N_x ist, dann:

- A. ist das Ausgangssignal **nicht periodisch**.
- B. ist das Ausgangssignal **periodisch mit Periode** $N_y = 4N_x$.
- C. ist das Ausgangssignal **periodisch mit Periode** $N_y = N_x$.
- D. **Keine dieser Lösungen** ist richtig.

Aufgabe 4: (16 Punkte)

Bestimmen Sie die richtige(n) Antwort(en) und kreuzen Sie diese an.

- (a) (4 Punkte) Welche der durch die Eingangs-/Ausgangsbeziehung charakterisierten Systeme sind zeitinvariante Systeme?
- A. $y[n] = x[-n]$
 - B. $y[n] = x[n-1] + x[-n]$
 - C. $y[n] = \exp(x[n])$
 - D. $y[n] = x[n-3]$
 - E. Keines der gegebenen Systeme ist zeitinvariant.
- (b) (4 Punkte) Bei der Parallelschaltung zweier linearer, stabiler, zeitinvarianter Systeme ist die Impulsantwort des Gesamtsystems gegeben durch:
- A. das Produkt der Impulsantworten beider Systeme
 - B. die Faltung der Impulsantworten beider Systeme
 - C. die Summe der Impulsantworten beider Systeme
 - D. die Differenz der Impulsantworten beider Systeme
 - E. keine der anderen Antworten ist richtig
- (c) (4 Punkte) Ein System sei durch folgende Beziehung zwischen Eingangssignal $x[n]$ und Ausgangssignal $y[n]$ beschrieben: $y[n] = x[n] + 3x[n-1] + 10^6 e^{j\pi} x[n-10]$. Dieses System ist
- A. stabil,
 - B. akausal,
 - C. reellwertig,
 - D. Keine der Antworten ist richtig.
- (d) (4 Punkte) Ein ungerades zeitdiskretes Signal $x[n]$ sei periodisch mit Grundperiode 6. Das Signal $y[n] = (x[n])^2$ ist
- A. periodisch mit einer Periodendauer $N_y = 2$,
 - B. gerade,
 - C. periodisch mit einer Periodendauer $N_y = 12$,
 - D. ungerade,
 - E. keine der anderen Antworten ist richtig