ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

2. Teilprüfung 389.055 A
Signale und Systeme 2
Institute of Telecommunications
TU-Wien **21.06.2016**

Bitte beachten Sie:

- Bitte legen Sie Ihren **Studierendenausweis auf Ihrem Tisch** zur Überprüfung bereit.
- **Mobiltelefone** müssen während der Prüfung **ausgeschaltet** sein und dürfen **nicht auf dem Tisch** liegen!
- Neben Schreibwerkzeugen und einfachen, nicht-programmierten Taschenrechnern ist als Hilfsmittel die SuS2-Formelsammlung erlaubt – sonst nichts!
- **Wichtig:** Bitte beachten Sie, dass Schummeln, wie z.B. die Verwendung nicht erlaubter Hilfsmittel, studienrechtliche und prüfungsrelevante Konsequenzen hat.
- Bitte verwenden Sie einen **permanent färbenden, nicht-roten Stift**.
- Die Beispiele sind ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe auszuarbeiten. **Mitgebrachte Zusatzblätter werden ignoriert!**
- Sofern weitere Leerseiten zur Bearbeitung der Beispiele benötigt werden, sind diese bei der Klausuraufsicht erhältlich.
- Bitte bearbeiten Sie ***nicht*** **mehr als ein Beispiel auf einem Blatt**.
- Bitte kennzeichnen Sie auf **jeder Seite** eindeutig, welche **Aufgabe** und welcher **Unterpunkt** behandelt wird.
- Schreiben Sie auf **jedes Blatt** Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**!
- Diese **Angabe *muss*, mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer beschriftet,** bei der Klausuraufsicht **abgegeben werden**. **Sie dürfen diese Angabe *nicht* mitnehmen!**
- Sofern Sie nicht wollen, dass Ihre Bearbeitung eines Beispiels gewertet wird, streichen Sie die entsprechenden Seiten klar ersichtlich durch.
- Eine **lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung** sind Voraussetzungen für die positive Beurteilung der Arbeit!
- Bitte **bleiben Sie bei Klausurende** so lange **auf Ihrem Platz**, bis alle Klausuren eingesammelt sind und die Klausuraufsicht die Freigabe zum Verlassen der Hörsaals erteilt.
- Sofern Sie während der Klausur zur Toilette müssen, melden Sie sich bitte rechtzeitig bei der Klausuraufsicht. Bitte **verlassen Sie nicht ohne Rücksprache mit der Klausuraufsicht den Hörsaal**.
- Sofern Sie vor dem Klausurende gehen wollen, tun Sie dies bitte **nicht in den letzten 15min** vor dem Ende der Klausur. Melden Sie sich bevor Sie gehen bei der Klausuraufsicht und geben Sie Ihre Angabe ab.

Abgabezeit: (wird nur bei vorzeitiger Abgabe von der Klausuraufsicht ausgefüllt) ......

Aufgabe:	1	2	3	4	Summe
Punkte (max.):	35	35	15	15	100
Punkte:					

Aufgabe 1: (35 Punkte)

Gegeben ist die Z–Übertragungsfunktion

$$H(z) = \frac{\frac{1}{8}z^{-2} + \frac{3}{4}z^{-1} + 1}{\frac{3}{4}z^{-2} - \frac{2}{\sqrt{2}}z^{-1} + 1}$$

eines digitalen Tiefpassfilters.

(a) (10 Punkte) Bestimmen Sie die Nullstellen und Pole von $H(z)$, und zeichnen Sie das Pol-/Nullstellendiagramm. Geben Sie einen detaillierten Lösungsweg an. Ist das Filter mit der Z–Übertragungsfunktion $H(z)$ stabil? (Begründung!)

Hinweis: Die Nullstellen $z_{1,2}$ der quadratischen Gleichung $z^2 + pz + q = 0$ lauten

$$z_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}\,.$$

Lösung:

$$H(z) = \frac{\frac{1}{8} + \frac{3}{4}z + z^2}{\frac{3}{4} - \frac{2}{\sqrt{2}}z + z^2} = \frac{z^2 + \frac{3}{4}z + \frac{1}{8}}{z^2 - \frac{2}{\sqrt{2}}z + \frac{3}{4}}$$

Pole:

$$z_{1,2}^{(\infty)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \pm \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{3}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \pm \sqrt{\frac{2}{4} - \frac{3}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \pm j\sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \pm j\frac{1}{2}$$

Nullstellen:

$$z_{1,2}^{(0)} = -\frac{3}{8} \pm \sqrt{\frac{9}{64} - \frac{8}{64}} = -\frac{3}{8} \pm \sqrt{\frac{1}{64}} = -\frac{3}{8} \pm \frac{1}{8} = \left\{ -\frac{1}{2}, -\frac{1}{4} \right\}$$

Das Pol-Nullstellen-Bild ist trivial wird daher aus Aufwandsgründen nicht in der Musterlösung angegeben. Es wird aber in der Aufgabenstellung verlangt, und wenn es fehlt, werden bei der Klausurbewertung nicht alle Punkte gegeben.
Das Filter ist stabil, denn die Pole der Z–Übertragungsfunktion $H(z)$ liegen im Einheitskreis da $|z_{1,2}^{(\infty)}| = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = \sqrt{3}/2 < 1$.

(b) (10 Punkte) Die Z–Übertragungsfunktion $G(z)$ sei definiert durch die Transformation $z \to -z$, d.h. $G(z) = H(-z)$. Bestimmen Sie (mit nachvollziehbarem Rechenweg) die Z–Übertragungsfunktion $G(z)$ mit <u>allen</u> Polen und Nullstellen und zeichnen Sie das Pol-/Nullstellendiagramm.
Ist das Filter mit der Z–Übertragungsfunktion $G(z)$ stabil? (Begründung!)

Hinweis: Untersuchen Sie zur Lösung zunächst für allgemeine Werte p und q, wie die Nullstellen des Polynoms $A(z) = z^2 + px + q$ mit den Nullstellen des Polynoms $B(z) = A(-z)$ zusammenhängen.

Lösung:

$$A(z) = z^2 + px + q = 0 \quad \overset{z:=-z}{\to} \quad B(z) = z^2 - pz + q = 0$$

$$z_{1,2}^{(A)} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$z_{1,2}^{(B)} = \frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q} \;=\; p + z_{1,2}^{(A)}$$

Der Wurzelterm ist bei beiden Polynomen gleich und der reelle Anteil $p/2$ erscheint mit einem Minuszeichen in den Nullstellen des A-Polynoms und mit einem Pluszeichen in den Nullstellen des B-Polynoms. Das bedeutet, dass die Realteile der Nullstellen des B-Polynoms gegenüber den Realteilen des A-Polynoms um den Wert $+p$ auf der reellen Achse verschoben sind (wobei p negativ sein kann).
Mit dem in Teil (a) gegebenen Filter folgt damit

$$G(z) = H(-z) = \left.\frac{z^2 + \frac{3}{4}z + \frac{1}{8}}{z^2 - \frac{2}{\sqrt{2}}z + \frac{3}{4}}\right|_{z:=-z} = \frac{z^2 - \frac{3}{4}z + \frac{1}{8}}{z^2 + \frac{2}{\sqrt{2}}z + \frac{3}{4}}$$

Die Nullstellen des Nenners (Pole) von G(z) lauten mit $p = -\frac{2}{\sqrt{2}}$ und der Lösung aus Teil (a)

$$z_{1,2}^{(\infty)} = -\frac{2}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}} \pm j\frac{1}{2} \;=\; -\frac{1}{\sqrt{2}} \pm j\frac{1}{2}\,.$$

Die Nullstellen (des Zählers) lauten mit $p = \frac{3}{4}$ und der Lösung aus Teil (a)

$$z_{1,2}^{(0)} = \frac{3}{4} + \left\{-\frac{1}{2}, -\frac{1}{4}\right\} = \left\{+\frac{1}{4}, +\frac{1}{2}\right\}.$$

Das Pol-Nullstellen-Bild ist erneut trivial und wird daher aus Aufwandsgründen nicht in der Musterlösung angegeben.
Das Filter ist stabil, denn die Pole der Z–Übertragungsfunktion $G(z)$ liegen im Einheitskreis, da $|z_{1,2}^{(\infty)}| = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{4}} = \sqrt{3}/2 < 1$.

(c) (5 Punkte) Die Grenzfrequenz des Tiefpassfilters mit der Z–Übertragungsfunktion $H(z)$ sei $0 < \theta_H < \frac{\pi}{2}$, d.h. der Durchlassbereich des Tiefpassfilters lautet $|\theta| < \theta_H$. Wie lautet die Grenzfrequenz θ_G des Filters mit der Z–Übertragungsfunktion $G(z) = H(-z)$? (Begründung!)
Welchem Filtertyp (Tiefpass, Hochpass, Bandpass, Bandsperre) entspricht das Filter mit der Z–Übertragungsfunktion $G(z) = H(-z)$? (Die Antwort wird nur mit vollständiger, korrekter Begründung gewertet!)

Hinweise: Dieser Teil der Aufgabe kann unabhängig von den anderen Aufgabenteilen gelöst werden.
Betrachten Sie eine allgemeine Fourier-Transformierte $G(e^{j\theta})$ für $G(z) = H(-z)$ und gehen Sie davon aus, dass das Tiefpassfilter mit der Z–Übertragungsfunktion $H(z)$ stabil ist. Lange Rechnungen sind zur Lösung nicht erforderlich! Eine Skizze möglicher Übertragungsfunktion $H(e^{j\theta})$ und $G(e^{j\theta})$ ist hilfreich.

Nebenbemerkung (nicht Teil der geforderten Lösung): Wegen der Lage der Pole (siehe Teile (a) und (b)) sind die Filter mit den Übertragungsfunktionen $H(z)$ und $G(z)$ stabil. Dies war zwar Bestandteil der Lösungen der Teile (a) und (b), aber um ein Weiterrechnen ohne korrekte Lösung von (a) und (b) zu ermöglichen wurde hier die Stabilität in der Aufgabenstellung vorgegeben.
Lösung: Wir erhalten die Übertragungsfunktion durch Auswertung der Z–Übertragungsfunktion auf dem Einheitskreis, d.h.

$$G(z) = H(-z) = H(e^{j\pi} z)$$

und damit

$$G(e^{j\theta}) = H(e^{j\theta} e^{j\pi}) = H(e^{j(\theta+\pi)}) \, .$$

Die letzte Gleichung bedeutet, dass das (immer) 2π-periodische Spektrum $H(e^{j\theta})$ um den Frequenzbetrag π auf der Frequenzachse verschoben wird. Wenn $|\theta| < \theta_H$ der Durchlassbereich des Tiefpasses mit der Z–Übertragungsfunktion $H(z)$ ist, dann lautet der Durchlassbereich des Filters mit der Z–Übertragungsfunktion $G(z)$ daher $|\theta + \pi + k2\pi| < \theta_H$, mit $k = -\infty, ..., -1, 0, 1, ..., +\infty$. Bezogen auf das Frequenzintervall $-\pi ... \pi$ lautet der Durchlassbereich des Filters mit der Z–Übertragungsfunktion $G(z)$ daher $\pi - \theta_H < |\theta| < \pi$ (leicht durch eine Skizze zu erkennen).
Es handelt sich wegen des Durchlassbereiches $\pi - \theta_H < |\theta| < \pi$ um ein Hochpassfilter, und die Grenzfrequenz des Hochpassfilters lautet $\theta_G = \pi - \theta_H$.

(d) (10 Punkte) Geben Sie (mit Hilfe eines Signalflussbildes) eine mögliche Realisierung des Systems mit der Z–Übertragungsfunktion $H(z)$ mit Hilfe von Addierern, Konstantenmultiplizierern und Verzögerungselementen an.

Hinweis: Dieser Teil der Aufgabe kann unabhängig von den anderen Aufgabenteilen gelöst werden.

Lösung: Die Differenzengleichung des Systems ergibt sich aus der Z–Übertragungsfunktion

$$H(z) = \frac{\frac{1}{8}z^{-2} + \frac{3}{4}z^{-1} + 1}{\frac{3}{4}z^{-2} - \frac{2}{\sqrt{2}}z^{-1} + 1} = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

wobei $Y(z)$ die Z–Transformierte des Ausgangssignals $y[n]$ ist und $X(z)$ die Z–Transformierte des Eingangssignals $x[n]$. Durch Multiplikation

$$Y(z)\Big(\frac{3}{4}z^{-2} - \frac{2}{\sqrt{2}}z^{-1} + 1\Big) = X(z)\Big(\frac{1}{8}z^{-2} + \frac{3}{4}z^{-1} + 1\Big)$$

und Z–Rücktransformation ergibt sich

$$\frac{3}{4}\,y[n-2] \;-\; \frac{2}{\sqrt{2}}\,y[n-1] \;+\; y[n] = \frac{1}{8}\,x[n-2] \;+\; \frac{3}{4}\,x[n-1] \;+\; x[n]$$

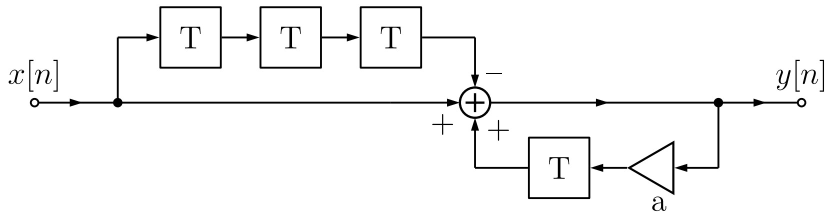
bzw.

$$y[n] = -\frac{3}{4}\,y[n-2] \;+\; \frac{2}{\sqrt{2}}\,y[n-1] \;+\; \frac{1}{8}\,x[n-2] \;+\; \frac{3}{4}\,x[n-1] \;+\; x[n]$$

Eine mögliche Realisierung ergibt sich – trivial – unmittelbar aus dieser Differenzengleichung. Das Signalflussbild wird aus Aufwandsgründen in der Musterlösung nicht angegeben, ist aber Bestandteil der geforderten Lösung in der Klausur.

Aufgabe 2: (35 Punkte)

Gegeben sei ein digitales Filter durch das folgende Schaltbild mit dem Parameter $a \in \mathbb{R}$:



(a) (10 Punkte) Bestimmen Sie die Impulsantwort $h[n]$ des Filters für alle $n = -\infty, ..., -1, 0, 1, ..., +\infty$. Geben Sie den Lösungsweg an.

Lösung: Die Differenzengleichung kann unmittelbar aus dem Schaltbild bzw. dem Signalflussgraphen abgelesen werden:

$$y[n] = a\, y[n-1] \;+\; x[n] \;-\; x[n-3]\,.$$

Nach Z-Transformation

$$Y(z) \;=\; a\, z^{-1}\, Y(z) \;+\; X(z) \;-\; z^{-3}\, X(z)$$

folgt für die Z–Übertragungsfunktion

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} \;=\; \frac{1 - z^{-3}}{1 - a\, z^{-1}} \;=\; \frac{z}{z-a} \;-\; z^{-3} \frac{z}{z-a}\,.$$

Durch Z–Rücktransformation folgt die Implulsantwort

$$h[n] = a^n\, \sigma[n] \;-\; a^{n-3}\, \sigma[n-3]\,.$$

mit der Sprungfolge $\sigma[n]$.

Nebenbemerkung (nicht Teil der Lösung): Die Verwendung der Z–Transformation impliziert die Existenz der Z–Transformierten und damit einen nicht-leeren Konvergenzbereich. Aus dem Signalflussgraphen ist unmittelbar erkennbar, dass die Impulsantwort kausal sein muss. Damit ist bekannt, dass der Konvergenzbereich ausserhalb des betragsgrößten Pols liegt. Der betragsgrößte Pol der Z–Übertragungsfunktion liegt bei $z = a$ und damit konvergieren die beteiligten Z–Transformierten für $|z| > a$.

(b) (10 Punkte) Bestimmen Sie die Konstante $a \in \mathbb{R}$ und $a \neq 0$ so, dass die Impulsantwort eine endliche Länge hat (d.h. es existiert ein $N > 0$ so dass $h[n] = 0$ für $n > N$). Die Lösung wird nur mit korrekter Begründung gewertet.

Hinweis: Überprüfen Sie, ob es mehrere Lösungen gibt.

Lösung: Die Impulsantwort aus Teil (a) lautet

$$h[n] = a^n\,\sigma[n] \;-\; a^{n-3}\,\sigma[n-3] = a^n\big(\sigma[n] - a^{-3}\sigma[n-3]\big)\,.$$

Die Impulsantwort ist nur dann endlich lang, wenn die erste Exponenzialfolge die zweite (welche subtrahiert wird) kompensiert (der triviale Fall $a = 0$ ist durch die Aufgabenstellung ausgeschlossen).
Für $n > N = 2$ gilt $\sigma[n] = 1$ und $\sigma[n-3] = 1$, d.h. für eine endlich lange Impulsantwort muss der Term $\sigma[n] - a^{-3}\sigma[n-3] = 1 - a^{-3}$ für $n > 2$ Null werden. Damit folgt

$$1 - a^{-3} = 0 \quad\Leftrightarrow\quad a^{-3} = 1 \quad\Leftrightarrow\quad a^3 = 1\,,$$

und daher lautet die eindeutige (einzige) Lösung

$$a = 1\,.$$

(c) (5 Punkte) Bestimmen Sie die Impulsantwort endlicher Länge für $a > 0$ aus Teilaufgabe (b), und berechnen Sie deren zeitdiskrete Fourier-Transformierte.

Lösung: Die Impulsantwort lautet mit $a = 1$

$$h[n] = \sigma[n] \;-\; \sigma[n-3]$$

und die zeitdiskrete Fourier-Transformierte ergibt sich zu

$$\begin{aligned} H(e^{j\theta}) &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h[n]e^{-j\theta n} = \sum_{n=0}^{2} 1e^{-j\theta n} = 1 + e^{-j\theta} + e^{-j2\theta} \\ &= 1 + e^{-j\frac{3}{2}\theta}\big(e^{+j\theta/2} + e^{-j\theta/2}\big) \\ &= 1 + 2e^{-j\frac{3}{2}\theta}\cos(\theta/2)\,. \end{aligned}$$

(d) (10 Punkte) Bestimmen Sie alle Pole und Nullstellen der Z–Übertragungsfunktion des Systems. Für welche Werte $a \in \mathbb{R}$ ist das System stabil? Begründen Sie Ihre Antwort.
Hinweis: Beachten Sie bei der Bestimmung der Stabilität auch die Nullstellen der Z–Übertragungsfunktion.

Lösung: Die Z–Übertragungsunktion des Systems lautet (siehe Teil (a))

$$H(z) = \frac{1-z^{-3}}{1-a\,z^{-1}} = \frac{z-z^{-2}}{z-a} = z^{-2}\,\frac{z^3-1}{z-a} = \frac{z^3-1}{z^2(z-a)}\,.$$

Das System hat damit einen Doppelpol bei $z_{1,2}^{(\infty)} = 0$ und einen einfachen Pol bei $z_3^{(\infty)} = a$. Das System hat damit die Polstellen $z_{1,2,3}^{(\infty)} = \{0, 0, a\}$.
Eine Nullstelle liegt – wie sofort aus $z^3 = 1$ erkennbar – bei $z_1^{(0)} = 1$. Die anderen ergeben sich durch Polynomdivision:

$$\begin{array}{r}
(z^3-1)/(z-1) = z^2+z+1 \\
-(z^3-z^2) \qquad\qquad\qquad\quad \\
------ \qquad\qquad\qquad\quad \\
z^2-1 \qquad\qquad\qquad\quad \\
-(z^2-z) \qquad\qquad\qquad\quad \\
------ \qquad\qquad\qquad\quad \\
z-1 \qquad\qquad\qquad\quad
\end{array}$$

Die Nullstellen des Divisionsrestes z^2+z+1 lauten

$$z_{2,3}^{(0)} = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{1}{4}-\frac{4}{4}} = -\frac{1}{2} \pm j\sqrt{3}/2 = -\frac{1}{2} \pm j0.866$$

Damit hat das System folgende Nullstellen: $z_{1,2,3}^{(0)} = \{-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\}$.
Das System ist stabil, wenn alle Pole im Einheitskreis liegen. Das ist der Fall, wenn $|a| < 1$. Wenn $a = 1$, kürzt sich der Pole bei $z_3^{(\infty)} = a = 1$ gegen die Nullstelle bei $z_3^{(0)} = 1$, und es verbleiben die beiden Pole bei $z = 0$. Damit ist das System auch für $a = 1$ stabil (denn die verbleibenden Pole bei $z = 0$ liegen im Einheitskreis); dies ist auch aus Teil (b) schon bekannt, denn für $a = 1$ ergab sich dort ein System mit endlich langer Impulsantwort, das immer stabil ist.
Damit gilt insgesamt, dass das System stabil ist, wenn $|a| < 1$ und wenn $a = 1$.

Aufgabe 3: (15 Punkte)

Bestimmen Sie die zutreffenden Antworten und kreuzen Sie diese an.

Jede korrekte Antwort wird mit $+1$ *Punkt gezählt. Keine Antwort oder das Ankreuzen beider Alternativen werden mit* 0 *Punkten gezählt. Eine falsche Antwort wird mit* -1 *Punkt gezählt. Die Punkte werden für die gesamte Aufgabe summiert; eine negative Gesamtsumme wird auf Null gesetzt.*

(a) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über die Z–Transformation (ZT) richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Die ZT konvergiert für *alle* zeitdiskreten Signale.	○	⊗
B)	Die ZT konvergiert für *alle* periodische Signale.	○	⊗
C)	Die ZT kann für rechtsseitige Signale konvergieren, die nicht stärker als exponenziell wachsen.	⊗	○
D)	Die Bildvariable z der ZT kann *nie* komplex sein.	○	⊗

(b) (4 Punkte) Die Z–Transformation (ZT)

		Richtig	Falsch
A)	kann zur Lösung linearer Differenzengleichungen benutzt werden.	⊗	○
B)	ist *nur* für rechtsseitige (kausale) Signale definiert.	○	⊗
C)	kann für verschiedene Zeit-Signale durch die gleiche Funktion in der Bildvariablen z beschrieben sein.	⊗	○
D)	kann einem zeitdiskreten Signal eindeutig zugeordnet werden, wenn ein Konvergenzbereich angegeben ist.	⊗	○

(c) (4 Punkte) Gegeben sei die Z–Transformierte $X(z) = \frac{z}{z-a}$ eines zeitdiskreten Signals $x[n]$, wobei a reell ist und weiterhin $1 < a < 2$ gilt. Für den Konvergenzbereich der Z–Transformierten gilt $|z| < a$. Geben Sie an, ob die folgenden Aussgagen richtig oder falsch sind.

		Richtig	Falsch
A)	Das zeitdiskrete Signal $x[n]$ ist kausal.	○	⊗
B)	Das zeitdiskrete Signal $x[n]$ ist stabil.	⊗	○
C)	Die Fourier-Transformierte des zeitdiskreten Signals $x[n]$ existiert.	⊗	○
D)	Das Zeitsignal $x[n]$ ist von endlicher Dauer, d.h. es ist nur für eine begrenzte Zahl von Indizes n von Null verschieden.	○	⊗

(d) (3 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über die zeitdiskrete Fourier-Transformation (FT) richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Die FT konvergiert für betragssummierbare Zeitsignale.	⊗	○
B)	Eine Fourier-Transformierte kann auch für nicht betragssummierbare aber leistungsbegrenzte, periodische Zeitsignale angegeben werden.	⊗	○
C)	Eine zeitdiskrete Fourier-Transformierte ist immer periodisch mit der Periode 2π.	⊗	○

Aufgabe 4: (15 Punkte)

Bestimmen Sie die zutreffenden Antworten und kreuzen Sie diese an.

Jede korrekte Antwort wird mit +1 Punkt gezählt. Keine Antwort oder das Ankreuzen beider Alternativen werden mit 0 Punkten gezählt. Eine falsche Antwort wird mit −1 Punkt gezählt. Die Punkte werden für die gesamte Aufgabe summiert; eine negative Gesamtsumme wird auf Null gesetzt.

(a) (4 Punkte) Für die bilineare Transformation zum Entwurf digitaler Filter soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Ein *stabiles* Analogfilter wird in ein *stabiles* Digitalfilter transformiert.	⊗	○
B)	Die analoge Frequenzachse $f \in (-\infty, +\infty)$ wird durch eine nichtlineare Transformation auf den zeit-diskreten Frequenzbereich $\theta \in (-\pi, +\pi)$ abgebildet.	⊗	○
C)	Welligkeiten der analogen Übertragungsfunktion in den Durchlass- und Sperrbereichen bleiben in der digitalen Übertragungsfunktion erhalten.	⊗	○
D)	Die bilineare Transformation ist die *einzige* Methode, mit der stabile IIR-Filter entworfen werden können.	○	⊗

(b) (4 Punkte) Für ein *ideales* Tiefpassfilter mit der Grenzfrequenz θ_g soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Es kann durch ein FIR-Filter mit einer endlichen Zahl von Filterkoeffizienten *exakt* realisiert werden.	○	⊗
B)	Die Einschwingzeit der Sprungantwort steigt, wenn die Grenzfrequenz θ_g verringert wird.	⊗	○
C)	Der Wechsel vom Durchlassbereich in den Sperrbereich erfolgt, ohne Übergangsbereich, bei den Frequenzen $\pm\theta_g$.	⊗	○
D)	Es kann zur Definition eines idealen Hochpassfilters verwendet werden.	⊗	○

(c) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über *FIR*-Filter richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Eine linearphasige Übertragungsfunktion ist möglich.	⊗	○
B)	FIR-Filter sind immer stabil.	⊗	○
C)	Die FIR-Struktur ist *un*geeignet für die praktische Realisierung auf Signalprozessoren.	○	⊗
D)	Das Ausgangssignal wir unter anderem auch mit Hilfe zeitlich zurückliegender Ausgangssignalwerte berechnet.	○	⊗

(d) (3 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über *linear*phasige Filter richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Alle Pole der Z-Übertragungsfunktion liegen bei $z = 0$.	⊗	○
B)	Alle Nullstellen liegen im Einheitskreis.	○	⊗
C)	Sie haben immer eine endlich lange Impulsantwort.	⊗	○