ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

1. Teilprüfung 389.055 A
Signale und Systeme 2
Institute of Telecommunications
TU-Wien **25.04.2017**

Bitte beachten Sie:

- Die Dauer dieser Klausur beträgt **90 Minuten**.
- Bitte legen Sie Ihren **Studierendenausweis auf Ihrem Tisch** zur Überprüfung bereit.
- **Mobiltelefone** müssen während der Prüfung **ausgeschaltet** sein und dürfen **nicht auf dem Tisch** liegen!
- Neben Schreibwerkzeugen und einfachen, nicht-programmierten Taschenrechnern ist als Hilfsmittel die SuS2-Formelsammlung erlaubt – sonst nichts!
- **Wichtig:** Bitte beachten Sie, dass Schummeln, wie z.B. die Verwendung nicht erlaubter Hilfsmittel, studienrechtliche und prüfungsrelevante Konsequenzen hat.
- Bitte verwenden Sie einen **permanent färbenden, nicht-roten Stift**.
- Die Beispiele sind ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe auszuarbeiten. **Mitgebrachte Zusatzblätter werden ignoriert!**
- Sofern weitere Leerseiten zur Bearbeitung der Beispiele benötigt werden, sind diese bei der Klausuraufsicht erhältlich.
- Bitte bearbeiten Sie ***nicht*** **mehr als ein Beispiel auf einem Blatt**.
- Bitte kennzeichnen Sie auf **jeder Seite** eindeutig, welche **Aufgabe** und welcher **Unterpunkt** behandelt wird.
- Schreiben Sie auf **jedes Blatt** Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**!
- Diese **Angabe *muss*, mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer beschriftet,** bei der Klausuraufsicht **abgegeben werden**. **Sie dürfen diese Angabe *nicht* mitnehmen!**
- Sofern Sie nicht wollen, dass Ihre Bearbeitung eines Beispiels gewertet wird, streichen Sie die entsprechenden Seiten klar ersichtlich durch.
- Eine **lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung** sind Voraussetzungen für die positive Beurteilung der Arbeit!
- Bitte **bleiben Sie bei Klausurende** so lange **auf Ihrem Platz**, bis alle Klausuren eingesammelt sind und die Klausuraufsicht die Freigabe zum Verlassen der Hörsaals erteilt.
- Sofern Sie während der Klausur zur Toilette müssen, melden Sie sich bitte rechtzeitig bei der Klausuraufsicht. Bitte **verlassen Sie nicht ohne Rücksprache mit der Klausuraufsicht den Hörsaal**.
- Sofern Sie vor dem Klausurende gehen wollen, tun Sie dies bitte **nicht in den letzten 15min** vor dem Ende der Klausur. Melden Sie sich bevor Sie gehen bei der Klausuraufsicht und geben Sie Ihre Angabe ab.

Abgabezeit: (wird nur bei vorzeitiger Abgabe von der Klausuraufsicht ausgefüllt) . . . . . .

Aufgabe:	1	2	3	4	Summe
Punkte (max.):	32	38	15	15	100
Punkte:					

Aufgabe 1: (32 Punkte)

Zwei zeitdiskrete, periodische Signale $x_1[n]$ und $x_2[n]$ sind für $n \in \mathbb{Z}$ wie folgt definiert:

$$x_1[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{10}\right) \qquad x_2[n] = 1.$$

(a) (4 Punkte) Bestimmen Sie die (kleinstmöglichen) Periodendauern N_1 des Signals $x_1[n]$ und N_2 des Signals $x_2[n]$. Zeigen Sie Ihren Lösungsweg!

Für ein N-periodisches Signal muss gelten $x[n] = x[n + kN]$ für alle $k \in \mathbb{Z}$. Daher gilt: $x_1[n] = \cos\left(2\pi \frac{1}{20} n\right) = \cos\left(2\pi \frac{1}{20}(n + k \cdot 20)\right)$, d.h. $N_1 = 20$.
Für das zweite Signal gilt $x_2[n] = 1 = x_2[n + 1 \cdot k]$, d.h. $N_2 = 1$.

N_1:	N_2:

(b) (4 Punkte) Ein neues Signal $x[n]$ wird aus den beiden Signalen aus Teil (a) wie folgt gebildet:

$$x[n] = x_1[n] + x_2[n].$$

Bestimmen Sie die (kleinstmögliche) Periodendauer N des Signals $x[n]$. Zeigen Sie Ihren Lösungsweg!

Es gilt wieder die Definition der Periode durch $x[n] = x[n + kN]$ für alle $k \in \mathbb{Z}$. Da die Teilsignale beide periodisch sind, ist das Summensignal immer periodisch mit dem Produkt der Perioden der Teilsignale, aber es ist nicht immer die kleinstmögliche Periode. Da aber im vorliegenden Fall eine der Perioden $N_2 = 1$ ist, gilt damit sofort $N = N_1 = 20$ als kleinstmögliche Periodendauer.

N:

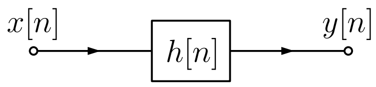
(c) (4 Punkte) Bestimmen Sie die Symmetrie des Signals $x[n]$ aus Teil (b). Ist es gerade/ungerade/keines von beiden? Begründen Sie Ihre Entscheidung rechnerisch!

Definition des geraden Anteils:
$x_g[n] = \frac{1}{2}\big(x[n]+x[-n]\big) = \frac{1}{2}\big(1+\cos(\frac{2\pi n}{N})+1+\cos(-\frac{2\pi n}{N})\big) = 1+\cos(\frac{2\pi n}{N}) = x[n]$.
Da damit $x_g[n] = x[n]$ muss $x_u[n] = 0$ gelten, d.h. das Signal is gerade.

Symmetrie:

(d) (6 Punkte) Das Signal $x[n]$ aus Teil (b) wird an den Eingang eines zeitinvarianten Systems gelegt, das mit der Impulsantwort $h[n]$ vollständig beschrieben ist, wobei $h[n]$ wie folgt gegeben ist:

$$h[n] = \delta[n] - \delta[n-5].$$



Berechnen Sie das Ausgangssignal $y[n]$. Vereinfachen Sie so weit wie möglich auf eine reelle Darstellung.

Der Systemausgang wird durch die Faltung berechnet:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]x[n-k] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \big(\delta[k]-\delta[k-5]\big)x[n-k] = x[n] - x[n-5]\,.$$

Mit dem Signal $x[n]$ aus Teil (b) folgt

$$\begin{aligned}
y[n] &= x[n] - x[n-5] = 1 + \cos\big(\frac{2\pi n}{20}\big) - 1 - \cos\big(\frac{2\pi(n-5)}{20}\big) \\
&= \cos\big(\frac{2\pi n}{20}\big) - \cos\big(\frac{2\pi n}{20} - \frac{\pi}{2}\big) = \frac{1}{2}\Big(e^{j\frac{2\pi n}{20}} + e^{-j\frac{2\pi n}{20}} - e^{j\frac{2\pi n}{20}-j\frac{\pi}{2}} - e^{-j\frac{2\pi n}{20}+j\frac{\pi}{2}}\Big) \\
&= \frac{1}{2}\Big(e^{j\frac{2\pi n}{20}}\big(1-e^{-j\frac{\pi}{2}}\big) + e^{-j\frac{2\pi n}{20}}\big(1-e^{j\frac{\pi}{2}}\big)\Big) = \frac{1}{2}\Big(e^{j\frac{2\pi n}{20}}(1+j) + e^{-j\frac{2\pi n}{20}}(1-j)\Big) \\
&= \frac{1}{2}\Big(e^{j\frac{2\pi n}{20}}\sqrt{2}e^{j\pi/4} + e^{-j\frac{2\pi n}{20}}\sqrt{2}e^{-j\pi/4}\big)\Big) = \frac{\sqrt{2}}{2}\Big(e^{j\frac{2\pi n}{20}+j\pi/4} + e^{-j\frac{2\pi n}{20}-j\pi/4}\Big) \\
&= \sqrt{2}\cos\Big(\frac{2\pi n}{20} + \frac{\pi}{4}\Big) = -\sqrt{2}\sin\Big(\frac{2\pi n}{20} - \frac{\pi}{4}\Big)\,.
\end{aligned}$$

(e) (6 Punkte) Ist das System aus Unterpunkt (d) linear? Ist es BIBO-stabil? Ist es kausal?
Hinweis: Ein System ist BIBO-stabil, wenn seine Impulsantwort betragssummierbar ist.

Linearität: Ja

Begründung:
Da das System laut Angabe durch die Impulsantwort vollständig beschrieben ist, muss es sich um ein lineares System handeln.

BIBO-Stabilität: Ja

Begründung:
Das System ist BIBO stabil, weil es eine endlich lange Impulsantwort hat und die Werte der Impulsantwort endlich groß sind.

Kausalität: Ja

Begründung:
Für die Impulsantwort gilt $h[n] = 0$ für $n < 0$ und damit ist das System kausal.

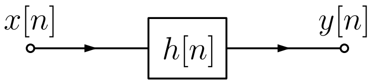
(f) (2 Punkte) Das Signal wird nun mit der Impulsantwort des Systems vertauscht, d.h. es wird

$$x[n] = \delta[n] - \delta[n-5]$$

als Eingangssignal angenommen und

$$h[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{10}\right) + 1.$$

als Impulsantwort, die das System wiederum vollständig beschreibt.



Bestimmen Sie das Ausgangssignal $y[n]$.
Hinweis: Nutzen Sie, ohne große Rechnung, die Eigenschaften der Faltung und nehmen Sie die Konvergenz der Summen an.

Der Systemausgang wird wieder durch die Faltung berechnet:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]x[n-k] \overset{k'=n-k}{=} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[n-k']x[k'] =$$

wobei die zweite Summe durch die Substitution $k' = n - k$ hergeleitet werden kann. D.h. "Signal" und "Impulsantwort" sind (bei vorausgesetzter Konvergenz) in der Faltungssumme nicht unterscheidbar, und daher ist das Ergebnis mit dem aus Teil (d) identisch.

(g) (6 Punkte) Ist das System aus Punkt (f) mit der dort definierten Impulsantwort $h[n]$ linear? Ist es BIBO-stabil? Ist es kausal?

Linearität: Ja

Begründung:
Da das System laut Angabe durch die Impulsantwort vollständig beschrieben ist, muss es sich um ein lineares System handeln.

BIBO-Stabilität: Nein

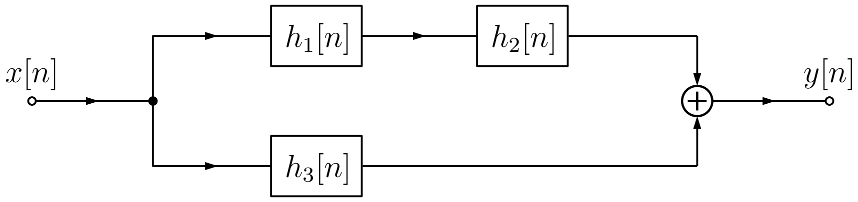
Begründung:
Das System ist nicht BIBO-stabil, weil die Impulsantwort $h[n]$ für unendlich viele Punkte n einen von Null verschiedenen Wert hat, und daher ist die Impulsantwort nicht betragssummierbar.

Kausalität: Nein

Begründung:
Für die Impulsantwort gilt nicht, dass $h[n] = 0$ für $n < 0$ und damit ist das nicht System kausal.

Aufgabe 2: (38 Punkte)

Ein zeitdiskretes System ist aus drei Teil-Systemen mit den Impulsantworten $h_1[n]$, $h_2[n]$ und $h_3[n]$ wie folgt zusammengesetzt:



Die Impulsantworten sind für $n \in \mathbb{Z}$ gegeben durch

$$h_1[n] = \frac{1}{3}\delta[n-1] - \delta[n] \qquad h_2[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n \sigma[n] \qquad h_3[n] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq l \\ 0 & \text{sonst} \end{cases},$$

wobei $l \in \mathbb{N}$ und $l > 1$ gilt.

(a) (10 Punkte) **Berechnen** und **skizzieren** Sie die Impulsantwort $h[n]$ des Gesamtsystems.

Die Gesamt-Impulsantwort kann berechnet werden durch

$$\begin{aligned} h[n] = h1[n] * h_2[n] + h_3[n] &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_1[k]h_2[n-k] + h_3[n] \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Big(\frac{1}{m}\delta(k-1) - \delta[k]\Big)h_2[n-k] + h_3[n] \\ &= \frac{1}{m}h_2[n-1] - h_2[n] + h_3[n] \\ &= \frac{1}{m}\left(\frac{1}{m}\right)^{n-1}\sigma[n-1] - \left(\frac{1}{m}\right)^n \sigma[n] + h_3[n] \\ &= \left(\frac{1}{m}\right)^n \sigma[n-1] - \left(\frac{1}{m}\right)^n \sigma[n] + h_3[n] \\ &= -\left(\frac{1}{m}\right)^n \Bigg(\sigma[n] - \sigma[n-1]\Bigg) + h_3[n] = h_3[n] - \delta[n] \end{aligned}$$

mit $m = 3$. Damit folgt für die Gesamt-Impulsantwort

$$h[n] = \begin{cases} 1 & 1 \leq n \leq l \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

(Die Skizze ist trivial und entfällt deshalb in der Musterlösung)

(b) (8 Punkte) Nun wird das l-periodische zeitdiskrete Signal

$$x[n] = 1 + \cos\left(\frac{2\pi n}{l}\right)$$

betrachtet.

Berechnen und **skizzieren** Sie die Fourierreihenkoeffizienten c_k des Signals $x[n]$ für $0 \leq k \leq l-1$.

Die Definition der zeitdiskreten Fourier-Reihe für ein l-periodisches Signal $x[n]$ lautet

$$x[n] = \sum_{k=0}^{l-1} c_k e^{j\frac{2\pi}{l}kn} \qquad n = 0, 1, ..., l-1$$

mit den Reihenkoeffizienten

$$c_k = \frac{1}{l}\sum_{n=0}^{l-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{l}kn} \qquad k = 0, 1, ..., l-1 \,.$$

Eingesetzt folgt für die Koeffizienten:

$$c_k = \frac{1}{l}\sum_{n=0}^{l-1} 1\, e^{-j\frac{2\pi}{l}kn} + \frac{1}{l}\sum_{n=0}^{l-1} \cos\left(\frac{2\pi}{l}n\right) e^{-j\frac{2\pi}{l}kn} \qquad n = 0, 1, ..., l-1 \,.$$

Laut Formelsammlung ergibt sich

$$c_k = \delta[k] + \frac{1}{2}\delta[k-1] + \frac{1}{2}\delta[k-(l-1)] \qquad k = 0, 1, ..., l-1 \,,$$

wobei c_k hier l-periodisch fortzusetzen ist, was im rechten Term bereits für den k-Bereich $0, 1, ..., l-1$ berücksichtigt wurde.
Die Skizze ist abermals trivial and entfällt deshalb in der Musterlösung.

(c) (10 Punkte) An den Eingang des Systems aus Teil (a) wird das periodische Signal $x[n]$ aus Teil (b) angelegt. Berechnen Sie das Ausgangssignal $y[n]$ des Systems.

Das Ausgangssignal kann durch die Faltung berechnet werden:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]x[n-k]\,.$$

Eingesetzt folgt

$$\begin{aligned}
y[n] &= \sum_{k=1}^{l} 1 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi(n-k)}{l}\right)\right) \\
&= l + \sum_{k=1}^{l} \cos\left(\frac{2\pi(n-k)}{l}\right)\Big) = l + \underbrace{\sum_{k=0}^{l-1} \cos\left(\frac{2\pi(n-(k+1))}{l}\right)\Big)}_{=C} \\
&= l + \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{l-1}\left(e^{-j\frac{2\pi}{l}k}\, e^{j\frac{2\pi}{l}(n-1)}\right) + \frac{1}{2}\sum_{k=0}^{l-1}\left(e^{j\frac{2\pi}{l}k}\, e^{-j\frac{2\pi}{l}(n-1)}\right) \\
&= l + \frac{1}{2}\, e^{j\frac{2\pi}{l}(n-1)} \sum_{k=0}^{l-1} e^{-j\frac{2\pi}{l}k} + \frac{1}{2}\, e^{-j\frac{2\pi}{l}(n-1)} \sum_{k=0}^{l-1} e^{j\frac{2\pi}{l}k} \\
&= l + \frac{1}{2}\, e^{j\frac{2\pi}{l}(n-1)} \underbrace{\sum_{k=0}^{l-1} e^{j\frac{2\pi}{l}k(-1)}}_{=A} + \frac{1}{2}\, e^{-j\frac{2\pi}{l}(n-1)} \underbrace{\sum_{k=0}^{l-1} e^{j\frac{2\pi}{l}k(1)}}_{=B}\,.
\end{aligned}$$

Mit der aus der Vorlesung bekannten Summenorthogonalität

$$\frac{1}{l}\sum_{k=0}^{l-1} e^{j\frac{2\pi}{l}km} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta[m + k\,l]$$

gilt wegen $l > 1$ mit den Werten $m = (-1)$ und $m = (1)$, dass beide oben definierten Summen A und B gleich Null sind.
Damit folgt

$$y[n] = l \quad n \in \mathbb{Z}\,.$$

Das gleiche Ergebnis lässt sich auch direkt aus der oben definierten Summe C herleiten:

$$C = \sum_{k=0}^{l-1} \cos\left(\frac{2\pi(k-(n-1))}{l}\right) = \sum_{k=0}^{l-1} \cos\left(\frac{2\pi}{l}k - \frac{2\pi(n-1)}{l}\right)$$

Die rechte Summe ist nichts anderes als die Summation aller Werte genau einer Periode einer (um $2\pi(n-1)/l$ phasenverschobenen) cos-Folge, und damit muss $C = 0$ gelten (für $l > 1$, was in der Angabe vorausgesetzt wurde).

(d) (6 Punkte) Bestimmen Sie die Fourierreihenkoeffizienten $c_k, 0 \leq k \leq l-1$, des als l-periodisch angenommenen Signals $y[n]$ aus Teil (c). Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem aus Teil (b). Welche Unterschiede stellen Sie fest hinsichtlich des Frequenzinhaltes und der Amplituden beider Signale?

Mit dem Ergebnis aus Teil (c) ist gegeben

$$y[n] = l \quad n \in \mathbb{Z}\,,$$

d.h. das Signal ist konstant. Laut Formelsammlung folgt (Fourier-Paar für die komplexe Exponetialfolge mit $m = 0$) für dessen als l-periodisch angenommene Fourier-Reihe

$$c_k = l\,\delta[k] \quad k = 0, 1, ..., l-1$$

Im Vergleich zur Fourier-Reihe aus Teil (b) enthält die Fourier-Reihe für $y[n]$ nur den Koeffizienren für den Gleich-Anteil (d.h. den Koeffizienten für den Frequenz-Index $k = 0$), während die Anteile bei den Frequenz-Indizes $k = 1$ und $k = l-1$ durch das System komplett unterdrückt werden. Das Gesamtsystem mit der Impulsantwort $h[n]$ wirkt somit wie ein Tiefpass.
Außerdem erfolgt eine Amplitudenskalierung mit dem Faktor l.

(e) (4 Punkte) Finden Sie eine mögliche reelle Lösung für die Konstanten a_1 und a_3, sodass die (durch die Faktoren) modifizierten Impulsantworten $a_1 h_1[n]$ und $a_3 h_3[n]$ zusammen mit der unveränderten Impulsantwort $h_2[n]$ ein Gesamtsystem (entsprechend der Abbildung in der Angabe) mit dem Gleichanteil-Verstärkungsfaktor 1 bilden. Das Frequenz-Verhalten des Systems soll dabei unverändert bleiben, d.h. es soll dem des Systems aus Teil (a) entsprechen.
Hinweis: Der Gleichanteil-Verstärkungsfaktor γ_0 eines Systems mit der Impulsantwort $h[n]$ wird definiert durch

$$\gamma_0 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h[k].$$

Die Gesamt-Impulsantwort wurde bereits in Teil (a) berechnet; die Rechnung wird mit den Vorfaktoren modifiziert:

$$
\begin{aligned}
h'[n] = (a_1 h1[n]) * h_2[n] + a_3 h_3[n] &= a_1 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_1[k] h_2[n-k] + a_3 h_3[n] \\
&= a_1 \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Big(\frac{1}{m}\delta(k-1) - \delta[k] \Big) h_2[n-k] + a_3 h_3[n] \\
&= a_1 \Big(\frac{1}{m} h_2[n-1] - h_2[n] \Big) + a_3 h_3[n] \\
&= a_1 \left(\frac{1}{m} \left(\frac{1}{m}\right)^{n-1} \sigma[n-1] - \left(\frac{1}{m}\right)^{n} \sigma[n] \right) + a_3 h_3[n] \\
&= a_1 \left(\left(\frac{1}{m}\right)^{n} \sigma[n-1] - \left(\frac{1}{m}\right)^{n} \sigma[n] \right) + a_3 h_3[n] \\
&= -a_1 \left(\frac{1}{m}\right)^{n} \Big(\sigma[n] - \sigma[n-1] \Big) + a_3 h_3[n] = a_3 h_3[n] - a_1 \delta[n]
\end{aligned}
$$

Da die Frequenzeigenschaften unverändert bleiben sollen, kann $a_1 = a_3$ gesetzt werden, d.h.

$$h'[n] = a_1 \big(h_3[n] - \delta[n] \big) \, .$$

Damit folgt für die modifizierte Gesamt-Impulsantwort

$$h'[n] = \begin{cases} a_1 & 1 \le n \le l \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \, .$$

Mit der Vorgabe

$$\gamma_0 = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h'[k] = 1$$

folgt dann

$$\gamma_0 = 1 = \sum_{k=1}^{l} a_1 = l \, a_1 \, ,$$

d.h. für die Verstärkungsfaktoren müssen die Werte $a_1 = a_3 = \frac{1}{l}$ gewählt werden.

Aufgabe 3: (15 Punkte)

Bestimmen Sie die zutreffenden Antworten und kreuzen Sie diese an.

Jede korrekte Antwort wird mit +1 Punkt gezählt. Keine Antwort oder das Ankreuzen beider Alternativen werden mit 0 Punkten gezählt. Eine falsche Antwort wird mit −1 Punkt gezählt. Die Punkte werden für die gesamte Aufgabe summiert; eine negative Gesamtsumme wird auf Null gesetzt.

(a) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussgagen über zeitdiskrete Signale richtig oder falsch sind, wobei $n \in \mathbb{Z}$ und $N \in \mathbb{N}$ gilt:

		Richtig	Falsch
A)	Das Signal $x[n] = \cos(\theta_0 n)$, $\theta_0 \in \mathbb{R}$, ist immer periodisch.	○	⊗
B)	Ein zeitdiskretes Signal $x[n]$ kann für $n \in \mathbb{Z}$ in einem Computer *nicht* gespeichert werden.	⊗	○
C)	Ein Signal mit der Eigenschaft $x[n] = x[N-n] = 0$ für $n > N$ kann höchstens an $N+1$ Stellen von Null verschienden sein.	⊗	○
D)	Ein Signal mit der Eigenschaft $x[n+N] = x[n-N]$ für alle n hat die Periode $2N$.	⊗	○

(b) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussgagen über zeitdiskrete Signale richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Die Energie eines zeitdiskreten Signals muss die physikalische Einheit “Wattsekunde” haben.	○	⊗
B)	Periodische Signale mit beschränkten, von Null verschiedenen Amplituden haben endliche mittlere *Leistung*.	⊗	○
C)	Die mittlere Leistung eines *nicht*periodischen Signals mit beschränkten Amplituden ist *immer* gleich Null.	○	⊗
D)	Ein periodisches Signal muss entweder rein gerade oder rein ungerade sein.	○	⊗

(c) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussgagen über Fourier-Reihen zeitdiskreter Signale mit der Periode $N \in \mathbb{N}$ richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Zur Berechnung muss ein Integral gelöst werden.	○	⊗
B)	Es gibt für $N < \infty$ nur endlich viele Fourier-Koeffizienten.	⊗	○
C)	Für die Berechnung der Fourier-Koeffizienten müssen Summen mit N Summanden berechnet werden.	⊗	○
D)	Die Signalleistung kann (ohne Rücktransformation) direkt mit Hilfe der Fourier-Koeffizienten bestimmt werden.	⊗	○

(d) (3 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussgagen über zeitdiskrete Signale richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Linearität ist eine *Signal*eigenschaft.	○	⊗
B)	Ein zeitdiskretes Signal ist eine Folge von Zahlen.	⊗	○
C)	Jedes Signal ungerader endlicher Länge kann in einen ungeraden und einen geraden Anteil zerlegt werden.	⊗	○

Aufgabe 4: (15 Punkte)

Bestimmen Sie die zutreffenden Antworten und kreuzen Sie diese an.

Jede korrekte Antwort wird mit +1 Punkt gezählt. Keine Antwort oder das Ankreuzen beider Alternativen werden mit 0 Punkten gezählt. Eine falsche Antwort wird mit −1 Punkt gezählt. Die Punkte werden für die gesamte Aufgabe summiert; eine negative Gesamtsumme wird auf Null gesetzt.

(a) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussgagen über *lineare*, zeitdiskrete Systeme richtig oder falsch sind:

		Richtig	/Falsch
A)	Ein *stabiles* solches System kann eine (nicht-triviale) periodische Impulsantwort haben.	○	⊗
B)	Ein *kausales* solches System kann eine (nicht-triviale) periodische Impulsantwort haben.	○	⊗
C)	Ein *stabiles* System muss *immer* eine endlich lange Impulsantwort besitzen.	○	⊗
D)	Die System-*Sprung*antwort ist *immer* unendlich lang.	○	⊗

(b) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussgagen über *lineare*, zeitinvariante, zeitdiskrete Systeme richtig oder falsch sind:

		Richtig	/Falsch
A)	Ein kausales solches System liefert bei einem kausalen Eingangssignal ein kausales Ausgangssignal.	⊗	○
B)	Ein kausales solches System kann *nicht* instabil sein.	○	⊗
C)	Ein Exponentialsignal am Eingang des Systems liefert am Ausgang das gleiche Exponentialsignal, möglicherweise mit einer Amplitudenskalierung und/oder einer Phasenverschiebung.	⊗	○
D)	Ein solches System ist durch seine Impulsantwort eindeutig beschrieben.	⊗	○

(c) (4 Punkte) Das Eingangssignal eines zeitdiskreten Systems sei mit $x[n]$ bezeichnet und das Ausgangssignal mit $y[n]$. Es soll angegeben werden, ob, für die folgenden Systembeschreibungen, die Aussage richtig oder falsch ist, dass es sich um *lineare* Systeme handelt. (log bezeichnet den natürlichen Logarithmus)

		Richtig	/Falsch
A)	$y[n] = \sqrt{x^2[n]}$	○	⊗
B)	$y[n] = x[n+2] + 3$	○	⊗
C)	$y[n] = a^n\, x[n], a \in \mathbb{R}$	⊗	○
D)	$y[n] = 2x[n] - 1 + \log\left(e^{1-x[n]}\right)$	⊗	○

(d) (3 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über *lineare*, zeitinvariante, *stabile* zeitdiskrete Systeme richtig oder falsch sind:

		Richtig	/Falsch
A)	Das System-Ausgangssignal kann mit Hilfe der Faltung aus dem System-Eingangssignal berechnet werden.	⊗	○
B)	Die *Energie* des Ausgangssignals ist *immer* beschränkt.	○	⊗
C)	Die Antwort auf das Signal $x[n] = 0$ für alle n lautet $y[n] = 0$ für alle n.	⊗	○

Raum für Nebenrechnungen

Raum für Nebenrechnungen