ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

1. Teilprüfung 389.055 A
Signale und Systeme 2
Institute of Telecommunications
TU-Wien **24.04.2018**

Bitte beachten Sie:

- Die Dauer dieser Klausur beträgt **90 Minuten**.
- Bitte legen Sie Ihren **Studierendenausweis auf Ihrem Tisch** zur Überprüfung bereit.
- **Mobiltelefone** müssen während der Prüfung **ausgeschaltet** sein und dürfen **nicht auf dem Tisch** liegen!
- Neben Schreibwerkzeugen und einfachen, nicht-programmierten Taschenrechnern ist als Hilfsmittel die SuS2-Formelsammlung erlaubt – sonst nichts!
- **Wichtig:** Bitte beachten Sie, dass Schummeln, wie z.B. die Verwendung nicht erlaubter Hilfsmittel, studienrechtliche und prüfungsrelevante Konsequenzen hat.
- Bitte verwenden Sie einen **permanent färbenden, nicht-roten Stift**.
- Die Beispiele sind ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe auszuarbeiten. **Mitgebrachte Zusatzblätter werden ignoriert!**
- Sofern weitere Leerseiten zur Bearbeitung der Beispiele benötigt werden, sind diese bei der Klausuraufsicht erhältlich.
- Bitte bearbeiten Sie ***nicht*** **mehr als ein Beispiel auf einem Blatt**.
- Bitte kennzeichnen Sie auf **jeder Seite** eindeutig, welche **Aufgabe** und welcher **Unterpunkt** behandelt wird.
- Schreiben Sie auf **jedes Blatt** Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**!
- Diese **Angabe *muss*, mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer beschriftet,** bei der Klausuraufsicht **abgegeben werden**. **Sie dürfen diese Angabe *nicht* mitnehmen!**
- Sofern Sie nicht wollen, dass Ihre Bearbeitung eines Beispiels gewertet wird, streichen Sie die entsprechenden Seiten klar ersichtlich durch.
- Eine **lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung** sind Voraussetzungen für die positive Beurteilung der Arbeit!
- Bitte **bleiben Sie bei Klausurende** so lange **auf Ihrem Platz**, bis alle Klausuren eingesammelt sind und die Klausuraufsicht die Freigabe zum Verlassen der Hörsaals erteilt.
- Sofern Sie während der Klausur zur Toilette müssen, melden Sie sich bitte rechtzeitig bei der Klausuraufsicht. Bitte **verlassen Sie nicht ohne Rücksprache mit der Klausuraufsicht den Hörsaal**.
- Sofern Sie vor dem Klausurende gehen wollen, tun Sie dies bitte **nicht in den letzten 15min** vor dem Ende der Klausur. Melden Sie sich bevor Sie gehen bei der Klausuraufsicht und geben Sie Ihre Angabe ab.

Abgabezeit: (wird nur bei vorzeitiger Abgabe von der Klausuraufsicht ausgefüllt) ......

Aufgabe:	1	2	3	4	Summe
Punkte (max.):	34	36	15	15	100
Punkte:					

Aufgabe 1: (34 Punkte)

Ein zeitdiskretes Signal $x[n]$ sei gegeben als

$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{16}n - \frac{\pi}{4}\right).$$

(a) (6 Punkte) Skizzieren Sie das Signal $x[n]$ über eine Periode, die jedenfalls $n = 0$ enthält. Bitte beachten Sie, dass die Skizze *vollständig* sein muss, um die volle Punkteanzahl zu erlangen!

Für die Skizze ist es praktisch, das Signal wie folgt umzuschreiben:

$$x[n] = \cos\left(\frac{2\pi}{32}n - \frac{2\pi}{32}\cdot 4\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{32}(n-4)\right) \ .$$

Die Skizze ist trivial und entfällt deshalb in der Musterlösung.

(b) (4 Punkte) Berechnen Sie die fundamentale Periode N_x des Signals $x[n]$.

Die fundamentale Periode ergibt sich aus der Umschreibung

$$x[n] = \cos\left(\frac{2\pi}{32}(n-4)\right)$$

zu $N_x = 32$.

$N_x =$

(c) (10 Punkte) Berechnen Sie die Fourierreihenkoeffizienten $c_k, k \in \{0, 1, ..., N_x - 1\}$ sowie die mittlere Leistung P_x des Signals $x[n]$.
Hinweis: Verwenden Sie die Formelsammlung!
Die Fourier-Koeffizienten einer cos-Folge lauten (siehe Formelsammlung)

$$x[n] = \cos\left(\frac{2\pi m}{N_x} n\right) \qquad \Longleftrightarrow \qquad c_k = \frac{1}{2}\delta[k-m] + \frac{1}{2}\delta[k+m]$$

wobei die Fourier-Koeffizienten c_k periodisch mit N_x fortzusetzen sind. Wegen der Verschiebung $n-4$ muss weiterhin die Rechenregel (siehe Formelsammlung)

$$x[n-N_0] \qquad \Longleftrightarrow \qquad e^{-j\frac{2\pi k}{N_x}N_0} c_k$$

berücksichtigt werden. Damit folgt mit $N_x = 32$

$$x[n] = \cos\left(\frac{2\pi}{32}(n-4)\right) \qquad \Longleftrightarrow \qquad e^{-j\frac{2\pi k}{32}4} c_k$$

$$\Longleftrightarrow \qquad \frac{1}{2} e^{-j\frac{\pi k}{4}} \left(\delta[k-1] + \delta[k+1]\right)$$

Die Leistung P_x erhält man mit Hilfe der Parseval'schen Gleichung (Formelsammlung):

$$\frac{1}{N_x}\sum_{n=0}^{N_x-1} |x[n]|^2 = \sum_{k=0}^{N_x-1} |c_k|^2$$

Bei der Anwendung ist die periodische Fortsetzung der Reihenkoeffizienten zu berücksichtigen. Es folgt

$$P_x = \frac{1}{N_x}\sum_{n=0}^{N_x-1} |x[n]|^2 = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$P_x =$

(d) (4 Punkte) Ein zweites zeitdiskretes Signal $y[n]$ mit der fundamentalen Periode $N_y = 16$ ist für den Zeitbereich $n \in [-15, 0]$ gegeben als

$$y(n) = \delta\,[n + 12]$$

Berechnen Sie das Signal $w[n] = x[n]y[n]\ \forall n$.
Hinweis: Welche Werte nimmt $w(n)$ für $n = ..., -44, -28, -12, 4, 20, 36, ...$ an?

Das periodische Signal $y[n]$ lautet vollständig geschrieben

$$y[n] = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta\,[n + 12 - mN_y]\ .$$

Damit lautet das Produkt

$$w[n] = x[n]y[n] = \cos\left(\frac{2\pi}{32}(n-4)\right) \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \delta\,[n + 12 - mN_y]\ .$$

Da nur für $n+12-mN_y = 0 \Leftrightarrow n = mN_y - 12$ die Impulse von Null verschiedene Werte liefern, folgt mit $N_y = 16$

$$\begin{aligned} w[n] &= \begin{cases} \cos\left(\frac{2\pi}{32}(n-4)\right) & n = 16m - 12 = 16(m-1) + 4,\ m \in \mathbb{Z} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \\ &= \begin{cases} \cos\left(\pi\frac{n-4}{16}\right) & n = 16m + 4,\ m \in \mathbb{Z} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \\ &= \begin{cases} +1 & n = 16 \cdot 2m + 4 = 32m + 4,\ m \in \mathbb{Z} \\ -1 & n = 16 \cdot (2m-1) + 4 = 32m - 12,\ m \in \mathbb{Z} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \end{aligned}$$

Damit kann man $w[n]$ schreiben als

$$w[n] = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \left(\delta[n - 32m - 4] - \delta[n - 32m + 12]\right).$$

(e) (4 Punkte) Bestimmen Sie die fundamentale Periode N_w des Signals $w[n]$.
Die fundamentale Periode von $w[n]$ ergibt sich zu $N_w = 32$. Man kann $w[n]$ als Linearkombination von zwei Signalen betrachten. Diese sind periodische Diracimpulsfolgen (eine mit mit positiven und eine mit negativen Vorzeichen), die jeweils 32-periodisch sind.

$N_w =$

(f) (6 Punkte) Finden Sie einen Ausdruck in der Form

$$d_k = \alpha \exp(j\beta)\sin(\gamma)\,, \quad \alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$$

für die Fourierreihenkoeffizienten $d_k, k \in \{0, 1, \dots, N_w - 1\}$ des Signals $w[n]$. Nur die Variablen β und γ dürfen von k abhängig sein. *Hinweis: Verwenden Sie die Formelsammlung.*

Das Signal $w[n]$ lässt sich darstellen als

$$\begin{aligned} w[n] &= a[n] + b[n] \\ a[n] &= \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta[n - mN - N_0], \quad N = 32, N_0 = 4 \\ b[n] &= -\sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta[n - mN - N_0], \quad N = 32, N_0 = -12\,. \end{aligned}$$

Mit Hilfe der Formelsammlung

$$\begin{aligned} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta[n - mN] \quad &\Longleftrightarrow \quad \frac{1}{N} \\ x[n - N_0] \quad &\Longleftrightarrow \quad e^{-j\frac{2\pi k}{N}N_0} c_k \end{aligned}$$

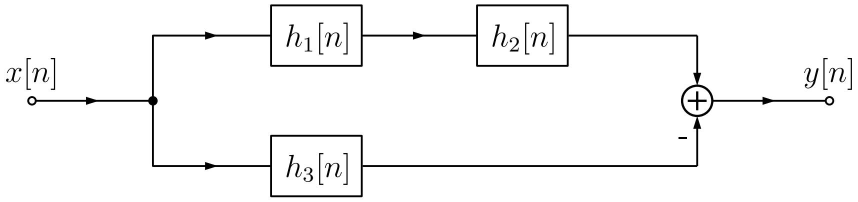
und der Linearität der Fouriertransformation ($d_k = a_k + b_k$) ergibt sich für

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{32} e^{-j\frac{2\pi k}{32}4} = \frac{1}{32} e^{-j\frac{\pi k}{4}} \\ b_k &= -\frac{1}{32} e^{j\frac{2\pi k}{32}12} = -\frac{1}{32} e^{j\frac{\pi k}{4}3} \\ d_k &= \frac{1}{32}\left(e^{-j\frac{\pi k}{4}} - e^{j\frac{\pi k}{4}3}\right) \\ &= \frac{1}{32} e^{j\frac{\pi k}{4}}\left(e^{-j\frac{\pi k}{2}} - e^{j\frac{\pi k}{2}}\right) \\ &= \frac{1}{16} e^{j\frac{\pi k}{4}} e^{-j\frac{\pi}{2}} \sin\left(\frac{\pi k}{2}\right) \\ &= \frac{1}{16} e^{j\frac{\pi}{2}\left(\frac{k}{2}-1\right)} \sin\left(\frac{\pi k}{2}\right)\,. \end{aligned}$$

$\alpha =$
$\beta =$
$\gamma =$

Aufgabe 2: (36 Punkte)

Ein zeitdiskretes System ist aus drei Teil-Systemen mit den Impulsantworten $h_1[n]$, $h_2[n]$ und $h_3[n]$ wie folgt zusammengesetzt:



Die Impulsantworten sind für $n \in \mathbb{Z}$ gegeben durch

$$h_1[n] = \sigma[n] - \sigma[n-3] \qquad h_2[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n \sigma[n] \qquad h_3[n] = \,?$$

(a) (10 Punkte) Berechnen Sie die Gesamt-Impulsantwort $h_{12}[n]$ für den oberen Zweig, der aus den Teil-Impulsantworten $h_1[n]$ und $h_2[n]$ besteht.
Hinweis: Skizzieren Sie $h_1[n]$, bevor Sie mit der Rechnung beginnen.

Die Impulsantwort $h_{12}[n]$ kann berechnet werden durch die Faltung

$$\begin{aligned}
h_{12}[n] = h_1[n] * h_2[n] &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_1[k]h_2[n-k] \\
&= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Big(\sigma[k] - \sigma[k-3]\Big) h_2[n-k] \\
&= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \Big(\delta[k] + \delta[k-1] + \delta[k-2]\Big) h_2[n-k] \\
&= h_2[n] + h_2[n-1] + h_2[n-2] \\
&= \left(\frac{1}{3}\right)^n \sigma[n] + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \sigma[n-1] + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} \sigma[n-2] \\
&= \delta[n] + \frac{1}{3}\delta[n-1] + \left(\frac{1}{3}\right)^n \sigma[n-2] + \delta[n-1] + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} \sigma[n-2] + \ldots \\
&\ldots + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} \sigma[n-2] \\
&= \delta[n] + \left(1 + \frac{1}{3}\right) \delta[n-1] + \left(\left(\frac{1}{3}\right)^n + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} + \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}\right) \sigma[n-2] \\
&= \delta[n] + \left(1 + \frac{1}{3}\right) \delta[n-1] + \left(\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^1 + 1\right) \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} \sigma[n-2] \\
&= \delta[n] + \frac{4}{3}\, \delta[n-1] + \frac{13}{9} \left(\frac{1}{3}\right)^{n-2} \sigma[n-2]\,.
\end{aligned}$$

$$\boxed{h_{12}[n] = \qquad\qquad\qquad\qquad}$$

(b) (6 Punkte) Nun soll $h_3[n]$ so gewählt werden, dass die Gesamt-Impulsantwort des Systems, das aus den Teil-Impulsantworten $h_1[n]$, $h_2[n]$ und $h_3[n]$ besteht, nur aus den ersten $N = 3$ Werten der Impulsantwort des oberen Zweiges (beginnend by $n = 0$) besteht. Bestimmen Sie $h_3[n]$ sowie die Implusantwort $h[n]$ des Gesamt-Systems.

Die Impulsantwort $h_{12}[n]$ aus Teil (a) des oberen Zweiges muss durch die Subtraktion der Impulsantwort $h_3[n]$ auf die Länge $N = 3$ abgeschnitten werden. Zunächst wird deshalb $h_{12}[n]$ aus Teil (a) umgeschrieben:

$$\begin{aligned} h_{12}[n] &= \delta[n] + \frac{4}{3}\,\delta[n-1] + \frac{13}{9}\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}\sigma[n-2] \\ &= \delta[n] + \frac{4}{3}\,\delta[n-1] + \frac{13}{9}\delta[n-2] + \frac{13}{9}\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}\sigma[n-3]\,. \end{aligned}$$

Die Impulsantwort $h_3[n]$ muss daher lauten

$$h_3[n] = \frac{13}{9}\left(\frac{1}{3}\right)^{n-2}\sigma[n-3]\,.$$

Die Impulsantwort des Gesamtsystems lautet damit

$$h[n] = \delta[n] + \frac{4}{3}\,\delta[n-1] + \frac{13}{9}\delta[n-2]\,.$$

$h_3[n] =$
$h[n] =$

(c) (6 Punkte) Bestimmen Sie nun die *Sprung*antwort $a[n]$ des Gesamtsystems. Wie lautet der Wert der Sprungantwort für $n \to \infty$?

Die Sprungantwort $a[n]$ kann durch eine Faltung der System-Implusantwort $h[n]$ mit einem Sprung $\sigma[n]$ berechnet werden:

$$\begin{aligned} a[n] &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]\,\sigma[n-k] \\ &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(\delta[k] + \frac{4}{3}\,\delta[k-1] + \frac{13}{9}\delta[k-2]\right)\,\sigma[n-k] \\ &= \sigma[n] + \frac{4}{3}\,\sigma[n-1] + \frac{13}{9}\sigma[n-2] \end{aligned}$$

Für $n \to \infty$ gilt $\sigma[n-M] = 1$ für alle $M < \infty$. Daher folgt

$$\lim_{n\to\infty} a[n] = 1 + \frac{4}{3} + \frac{13}{9} = \frac{9+12+13}{9} = \frac{34}{9} \approx 3.78$$

$a[n] =$
$\lim\limits_{n\to\infty} a[n] =$

(d) (6 Punkte) Nun wird das allgemeine Cosinussignal $x[n] = 2\cos(\theta n)$ auf das System mit der Impulsantwort $h[n]$ gegeben. Berechnen Sie das Ausgangssignal $y[n]$.
Hinweis: Stellen Sie das Cosinus-Signal zunächst durch Exponentielle dar und formulieren Sie im Anschluß das Ergebnis als Summe von Cosinus-Folgen.

Es gilt allgemein $2\cos(\theta) = e^{j\theta} + e^{-j\theta}$. Damit folgt aus der Faltung

$$
\begin{aligned}
y[n] &= \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]\, 2\cos(\theta(n-k)) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]\, e^{j\theta(n-k)} + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]\, e^{-j\theta(n-k)} \\
&= e^{j\theta n} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]\, e^{-j\theta k} + e^{-j\theta n} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]\, e^{j\theta k} \\
&= e^{j\theta n} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(\delta[k] + \frac{4}{3}\,\delta[k-1] + \frac{13}{9}\delta[k-2]\right) e^{-j\theta k} + \ldots \\
&\qquad\qquad \ldots + e^{-j\theta n} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(\delta[k] + \frac{4}{3}\,\delta[k-1] + \frac{13}{9}\delta[k-2]\right) e^{j\theta k} \\
&= e^{j\theta n} \left(1 + \frac{4}{3}\, e^{-j\theta} + \frac{13}{9} e^{-j2\theta}\right) + e^{-j\theta n} \left(1 + \frac{4}{3}\, e^{j\theta} + \frac{13}{9} e^{j2\theta}\right) \\
&= e^{j\theta n} + e^{-j\theta n} + \frac{4}{3}\left(e^{j\theta(n-1)} + e^{-j\theta(n-1)}\right) + \frac{13}{9}\left(e^{j\theta(n-2)} + e^{-j\theta(n-2)}\right) \\
&= 2\cos(\theta n) + \frac{8}{3}\cos(\theta(n-1)) + \frac{26}{9}\cos(\theta(n-2))\,.
\end{aligned}
$$

$y[n] =$

(e) (8 Punkte) Berechnen Sie, welche Frequenz $0 \le \theta_0 \le \pi$ von dem System mit der Impulsantwort $h[n]$ am stärksten gedämpft wird.
Hinweise: Betrachten Sie den quadrierten Betrag $|H(e^{j\theta})|^2$ der Übertragunsfunktion $H(e^{j\theta}) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]e^{-j\theta k}$ und verwenden Sie die Abkürzung $t = e^{j\theta}$. Beachten Sie weiterhin, dass $(t + \frac{1}{t})^2 = (t^2 + \frac{1}{t^2}) + 2$, wodurch sich eine Gleichung in der Ersatzgröße $q = t + 1/t$ angeben lässt.

Die Übertragungsfunktion wurde bereits im vorigen Teil berechnet. Sie lautete

$$H(e^{j\theta}) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h[k]e^{-j\theta k} = 1 + \frac{4}{3}\,e^{-j\theta} + \frac{13}{9}e^{-j2\theta}\,.$$

Der quadrierte Betrag kann durch Multiplikation mit der konjugiert komplexen Größe bestimmt werden, wobei $t = e^{j\theta}$ eingesetzt wird:

$$|H(e^{j\theta})|^2 = H(e^{j\theta}) \cdot (H(e^{j\theta}))^* = \left(1 + \frac{4}{3}\,t^{-1} + \frac{13}{9}t^{-2}\right)\left(1 + \frac{4}{3}\,t + \frac{13}{9}t^2\right)$$

Es folgt

$$\begin{aligned} |H(t)|^2 &= 1 + \frac{4}{3}\,t + \frac{13}{9}t^2 + \frac{4}{3}\,t^{-1} + \frac{16}{9} + \frac{52}{27}t + \frac{13}{9}t^{-2} + \frac{52}{27}t^{-1} + \frac{169}{81} \\ &= 1 + \frac{16}{9} + \frac{169}{81} \;+\; \frac{36+52}{27}(t + \frac{1}{t}) + \frac{13}{9}(t^2 + \frac{1}{t^2}) \end{aligned}$$

Weiterhin gilt

$$(t + \frac{1}{t})^2 = (t^2 + \frac{1}{t^2}) + 2\,,$$

d.h.

$$\begin{aligned} |H(t)|^2 &= \frac{394}{81} \;+\; \frac{88}{27}(t + \frac{1}{t}) + \frac{13}{9}\Big((t + \frac{1}{t})^2 - 2\Big) \\ &= \underbrace{\frac{394 - 26 \cdot 9}{81}}_{=160/81} + \frac{88}{27}(t + \frac{1}{t}) + \frac{13}{9}\Big((t + \frac{1}{t})^2\Big) \end{aligned}$$

Mit der Abkürzung $q = t + 1/t$ erhalten wir

$$|H(q)|^2 = \frac{13}{9}q^2 + \frac{88}{27}q + \frac{160}{81}\,.$$

Es ist nun die Zahl q gesucht, die $|H(q)|^2$ minimiert, d.h.

$$\frac{d}{dq}\left(\frac{13}{9}q^2 + \frac{88}{27}q + \frac{160}{81}\right) = \frac{26}{9}q + \frac{88}{27} = 0 \qquad \Rightarrow \qquad q = -\frac{44}{39}\,.$$

Mit der Definition $q = t + 1/t$ ergibt sich

$$q = t + t^{-1} = e^{j\theta_0} + e^{-j\theta_0} = 2\cos(\theta_0) = -\frac{44}{39}$$

Damit folgt für die gesuchte Frequenz (im Intervall $0 \le \theta_0 \le \pi$)

$$\theta_0 = \arccos\big(-\frac{22}{39}\big) \approx 0.69\pi$$

Da die zweite Ableitung $\frac{d^2}{dq^2}|H(t)|^2 = 13/9$ positiv ist, handelt es sich um ein (lokales) Minimum. Da die Ableitung nur eine Nullstelle hat, müssen (lokale) Maxima an den Rändern des Intervalls $0 \le \theta_0 \le \pi$ $(2 \ge q \ge -2)$ liegen.

Aufgabe 3: (15 Punkte)

Bestimmen Sie die zutreffenden Antworten und kreuzen Sie diese an.

Jede korrekte Antwort wird mit +1 Punkt gezählt. Keine Antwort oder das Ankreuzen beider Alternativen werden mit 0 Punkten gezählt. Eine falsche Antwort wird mit −1 Punkt gezählt. Die Punkte werden für die gesamte Aufgabe summiert; eine negative Gesamtsumme wird auf Null gesetzt.

(a) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über zeitdiskrete Signale richtig oder falsch sind, wobei $n \in \mathbb{Z}$ und $N \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ gilt:

		Richtig	Falsch
A)	Das Signal $x[n] = \cos(\frac{2\pi}{N} 5\, n)$ ist periodisch für alle N.	⊗	○
B)	Ein Signal der Form $x[n] = r[n]\frac{1}{2^n}$ mit $0 < \lvert r[n] \rvert < 1$ für alle n kann nicht periodisch sein.	⊗	○
C)	Ein Signal mit den Eigenschaften $x[-n] = 0 = x[n-N]$ für $n > N$ kann an $2N+2$ Stellen ungleich Null sein.	○	⊗
D)	Ein Signal $x[n]$, für das $(x[n+N])^2 = (x[n])^2$ für alle n gilt, kann $2N$ als kleinste Periode haben.	⊗	○

(b) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über zeitdiskrete Signale richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Die Energie eines zeitdiskreten, periodischen Signals hat nicht notwendigerweise eine physikalische Bedeutung.	⊗	○
B)	Periodische Signale mit beschränkten, von Null verschiedenen Amplituden haben endliche Energie.	○	⊗
C)	Die mittlere Leistung eines *nicht*periodischen Signals mit beschränkten Amplituden kann gleich Null sein.	⊗	○
D)	Ein nicht-periodisches Signal kann ungerade sein.	⊗	○

(c) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über Fourier-Reihen zeitdiskreter Signale mit der Periode $N \in \mathbb{N}\setminus\{0\}$ richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Es gibt maximal N verschiedene Fourier-Koeffizienten.	⊗	○
B)	Für die Berechnung der Fourier-Koeffizienten müssen Summen mit $N+1$ Summanden berechnet werden.	○	⊗
C)	Die Signalleistung kann ohne Kenntnis der Fourier-Koeffizienten *nicht* bestimmt werden.	○	⊗
D)	Die Signalleistung steigt mit der Perdiodendauer N.	○	⊗

(d) (3 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über zeitdiskrete Signale richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Zeitinvarianz ist eine Signaleigenschaft.	○	⊗
B)	Jedes zeitdiskrete Signal kann durch eine Folge von Zahlen eindeutig beschrieben werden.	⊗	○
C)	Jedes Signal der Länge $L = 2k$, $k \in \{1, 2, ..., 9\}$, kann in ungerade und gerade Anteile zerlegt werden.	○	⊗

Aufgabe 4: (15 Punkte)

Bestimmen Sie die zutreffenden Antworten und kreuzen Sie diese an.

Jede korrekte Antwort wird mit $+1$ *Punkt gezählt. Keine Antwort oder das Ankreuzen beider Alternativen werden mit* 0 *Punkten gezählt. Eine falsche Antwort wird mit* -1 *Punkt gezählt. Die Punkte werden für die gesamte Aufgabe summiert; eine negative Gesamtsumme wird auf Null gesetzt.*

(a) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über *lineare*, zeitdiskrete Systeme richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Die Impulsantwort eines BIBO-*stabilen* solchen Systems kann für große Zeiten gegen eine von Null verschiedene Konstante konvergieren.	○	⊗
B)	Ein BIBO-*stabiles* solches System kann eine (nicht-triviale) periodische Impulsantwort haben.	○	⊗
C)	Ein solches System mit endlich langer Impulsantwort mit beschränkten Amplituden ist *immer* stabil.	⊗	○
D)	Die System-*Sprung*antwort kann unendlich lang sein.	⊗	○

(b) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über *lineare*, zeitinvariante, zeitdiskrete Systeme richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Ein *nicht*-kausales solches System liefert bei einem kausalen Eingangssignal *kein* kausales Ausgangssignal.	⊗	○
B)	Ein nicht-kausales solches System kann instabil sein.	⊗	○
C)	Ein Exponentialsignal am Eingang eines solchen Systems kann am Ausgang des Systems irgendein Signal liefern.	○	⊗
D)	Seine Sprungantwort beschreibt das System eindeutig.	⊗	○

(c) (4 Punkte) Das Eingangssignal eines zeitdiskreten Systems sei mit $x[n], n \in \mathbb{Z}$ bezeichnet und das Ausgangssignal mit $y[n]$. Es soll angegeben werden, ob, für die folgenden Systembeschreibungen, die Aussage richtig oder falsch ist, dass es sich um *lineare* Systeme handelt.

		Richtig	Falsch
A)	$y[n] = \cos(\frac{2\pi}{N} \cdot x[n]),\ N \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$	○	⊗
B)	$y[n] = \cos(\frac{2\pi}{N} n) \cdot x[n],\ N \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$	⊗	○
C)	$y[n] = \cos(\frac{2\pi}{N} n) + x[n],\ N \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$	○	⊗
D)	$y[n] = 2$	○	⊗

(d) (3 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über *lineare*, zeitinvariante, *stabile* zeitdiskrete Systeme mit *von Null verschiedenen Anfangswerten endlicher Amplituden* richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Das System-Ausgangssignal kann mit Hilfe der Faltung *alleine* aus dem System-Eingangssignal berechnet werden.	○	⊗
B)	Die Antwort auf das Signal $x[n] = 0$ für alle n lautet für alle möglichen solchen Systeme $y[n] = 0$ für alle n.	○	⊗
C)	Die *Energie* des Ausgangssignals ist, unabhängig vom Eingangssignal, *immer* beschränkt.	○	⊗

Raum für Nebenrechnungen