ZUNAME: ....

VORNAME: ....

MAT. NR.: ....

2. Teilprüfung 389.055 A
Signale und Systeme 2
Institute of Telecommunications
TU-Wien **29.06.2018**

Bitte beachten Sie:

- Die Dauer dieser Klausur beträgt **90 Minuten**.
- Bitte legen Sie Ihren **Studierendenausweis auf Ihrem Tisch** zur Überprüfung bereit.
- **Mobiltelefone** müssen während der Prüfung **ausgeschaltet** sein und dürfen **nicht auf dem Tisch** liegen!
- Neben Schreibwerkzeugen und einfachen, nicht-programmierten Taschenrechnern ist als Hilfsmittel die SuS2-Formelsammlung erlaubt – sonst nichts!
- **Wichtig:** Bitte beachten Sie, dass Schummeln, wie z.B. die Verwendung nicht erlaubter Hilfsmittel, studienrechtliche und prüfungsrelevante Konsequenzen hat.
- Bitte verwenden Sie einen **permanent färbenden, nicht-roten Stift**.
- Die Beispiele sind ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe auszuarbeiten. **Mitgebrachte Zusatzblätter werden ignoriert!**
- Sofern weitere Leerseiten zur Bearbeitung der Beispiele benötigt werden, sind diese bei der Klausuraufsicht erhältlich.
- Bitte bearbeiten Sie ***nicht*** **mehr als ein Beispiel auf einem Blatt**.
- Bitte kennzeichnen Sie auf **jeder Seite** eindeutig, welche **Aufgabe** und welcher **Unterpunkt** behandelt wird.
- Schreiben Sie auf **jedes Blatt** Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**!
- Diese **Angabe** ***muss*****, mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer beschriftet,** bei der Klausuraufsicht **abgegeben werden**. **Sie dürfen diese Angabe** ***nicht*** **mitnehmen!**
- Sofern Sie nicht wollen, dass Ihre Bearbeitung eines Beispiels gewertet wird, streichen Sie die entsprechenden Seiten klar ersichtlich durch.
- Eine **lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung** sind Voraussetzungen für die positive Beurteilung der Arbeit!
- Bitte **bleiben Sie bei Klausurende** so lange **auf Ihrem Platz**, bis alle Klausuren eingesammelt sind und die Klausuraufsicht die Freigabe zum Verlassen der Hörsaals erteilt.
- Sofern Sie während der Klausur zur Toilette müssen, melden Sie sich bitte rechtzeitig bei der Klausuraufsicht. Bitte **verlassen Sie nicht ohne Rücksprache mit der Klausuraufsicht den Hörsaal**.
- Sofern Sie vor dem Klausurende gehen wollen, tun Sie dies bitte **nicht in den letzten 15min** vor dem Ende der Klausur. Melden Sie sich bevor Sie gehen bei der Klausuraufsicht und geben Sie Ihre Angabe ab.

Abgabezeit: (wird nur bei vorzeitiger Abgabe von der Klausuraufsicht ausgefüllt) . . . . . .

Aufgabe:	1	2	3	4	Summe
Punkte (max.):	35	35	15	15	100
Punkte:					

Aufgabe 1: (35 Punkte)

Die Fouriertransformierten $H_1(e^{j\theta})$ und $H_2(e^{j\theta})$ der Impulsantworten $h_1[n]$ und $h_2[n]$ zweier zeitdiskreter Filter sind im Frequenzbereich $-\pi \le \theta < \pi$ wie folgt gegeben:

$$H_1(e^{j\theta}) = \begin{cases} 1 & |\theta| \le \frac{3}{12}\pi \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$H_2(e^{j\theta}) = \begin{cases} 1 & |\theta| \le \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

(a) (4 Punkte) Geben Sie die Impulsantworten $h_1[n]$ und $h_2[n]$ der beiden Filter an. *Hinweis: verwenden Sie die Formelsammlung.*

Aus der Formelsammlung ist folgendes Transformationspaar bekannt:

$$x[n] = \frac{\sin(\alpha n)}{\pi n}, \quad 0 < \alpha < \pi \qquad \Longleftrightarrow \qquad X(e^{j\theta}) = \begin{cases} 1 & 0 \le |\theta| \le \alpha \\ 0 & \alpha < |\theta| < \pi \end{cases}$$

Damit folgt sofort

$$h_1[n] = \frac{\sin(\frac{\pi}{4} n)}{\pi n}$$

und

$$h_2[n] = \frac{\sin(\frac{\pi}{2} n)}{\pi n}$$

(b) (4 Punkte) Geben Sie nun die Übertragungsfunktion

$$H(e^{j\theta}) = \Big(H_2(e^{j\theta}) - H_1(e^{j\theta})\Big) e^{-jN_0\theta} \qquad N_0 \in \mathbb{N}$$

explizit an. Welche Art von Filter wird durch $H(e^{j\theta})$ beschrieben? Was bewirkt die Größe N_0?

$$H(e^{j\theta}) = e^{-jN_0\theta} \begin{cases} 1 & \frac{\pi}{4} < |\theta| \le \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

Es handelt sich bei diesem Filter um ein ideales Bandpassfilter, das eine Verzögerung von N_0 Taktschritten in positiver Zeitrichtung erzeugt.

(c) (6 Punkte) Geben Sie die Impulsantwort $h[n] = \mathcal{F}^{-1}\left\{H(e^{j\theta})\right\}$ des Filters mit der Übertragungsfunktion $H(e^{j\theta})$ aus Teil (b) an.
Hinweis: verwenden Sie das Additionstheorem $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
Man erhält mit dem Verschiebungssatz, der Lösung aus Teil (a) und der Linearität der Fouriertransformation:

$$h[n] = h_2[n-N_0] - h_1[n-N_0] = \frac{\sin((n-N_0)\pi/2)}{\pi(n-N_0)} - \frac{\sin((n-N_0)\pi/4)}{\pi(n-N_0)}$$

Mit der Abkürzung $n' = n - N_0$ folgt

$$\begin{aligned} h[n] &= \frac{\sin(n'\pi/2) - \sin(n'\pi/4)}{\pi n'} \\ &= \frac{2\cos\left(\frac{n'\pi/2+n'\pi/4}{2}\right)\,\sin\left(\frac{n'\pi/2-n'\pi/4}{2}\right)}{\pi n'} \\ &= 2\cos\left(\frac{n'\pi/2+n'\pi/4}{2}\right)\frac{\sin\left(\frac{n'\pi/2-n'\pi/4}{2}\right)}{\pi n'} \\ &= 2\cos\left(n'\pi\frac{2/4+1/4}{2}\right)\frac{\sin\left(n'\pi\frac{2/4-1/4}{2}\right)}{\pi n'} \\ &= 2\cos\left(\frac{3\pi}{8}n'\right)\frac{\sin\left(\frac{\pi}{8}n'\right)}{\pi n'}\ . \end{aligned}$$

Damit lautet die Lösung

$$h[n] = 2\cos\left(\frac{3\pi}{8}(n-N_0)\right)\frac{\sin\left(\frac{\pi}{8}(n-N_0)\right)}{\pi(n-N_0)}\ .$$

(d) (4 Punkte) Berechnen Sie die Energie E_h der Impulsantwort $h[n] = \mathcal{F}^{-1}\left\{H(e^{j\theta})\right\}$ aus Teil (c).
Hinweis: es ist keine aufwändige Rechnung erforderlich.
Parseval'sche Gleichung aus der Formelsamlung:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2 = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} \left|X(e^{j\theta}\right|^2 d\theta$$

wobei der Integrationsbereich günstig gewählt wurde. Im konkreten Fall folgt für die Energie der Impulsantwort:

$$E_h = \frac{1}{2\pi}2\int_{\pi/4}^{\pi/2} 1\, d\theta = \frac{1}{\pi}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}\ .$$

(e) (3 Punkte) Nun wird das Signal

$$x[n] = \cos\left(\frac{3\pi}{4}n\right) \qquad n \in \mathbb{Z}$$

auf das System mit der Übertragungsfunktion $H(e^{j\theta})$ aus Teil (b) und der zugehörigen Impulsantwort $h[n]$ aus Teil (c) gegeben.
Geben Sie das Ausgangssignal $y[n]$ des Filters an (Begründung!).
Hinweis: die Lösung dieses Aufgabenteils ist ohne aufwändige Rechnung möglich!
Da das Filter mit der Übertragungsfunktion aus Teil (b) ein ideales Bandpassfilter ist, das nur Frequenzen im Bereich $\pi/4 < |\theta| \leq \pi/2$ durchläßt, und das Eingangssignal die Frequenz $3\pi/4$ hat, wird das Signal $x[n]$ nicht durchgelassen, d.h. die Lösung lautet

$$y[n] = 0 \qquad \forall\, n\,.$$

(f) (4 Punkte) Nun wird das Signal

$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) \qquad n \in \mathbb{Z}$$

auf das System mit der Übertragungsfunktion $H(e^{j\theta})$ aus Teil (b) und der zugehörigen Impulsantwort $h[n]$ aus Teil (c) gegeben.
Geben Sie das Ausgangssignal $y[n]$ des Filters an (Begründung!).
Hinweis: die Lösung dieses Aufgabenteils ist ohne aufwändige Rechnung möglich!
Da $\pi/4 < \pi/3 < \pi/2$ wird dieses Signal vom Filter durchgelassen, wobei es mit dem Faktor 1 verstärkt und um N_0 Zeitschritte nach rechts (zu positiven Zeiten hin) verschoben wird. Das Ausgangssignal lautet damit

$$y[n] = \cos\left(\frac{\pi}{3}(n - N_0)\right) \qquad \forall\, n\,.$$

(g) (6 Punkte) Nun soll aus dem idealisierten Filter mit der Impulsantwort $h[n]$ aus Teil (c) ein realisierbares, *kausales* Filter mit möglichst *kleiner Verzögerungszeit* mit Hilfe des Fensterentwurfes durch ein Rechteckfenster erzeugt werden. Hierzu wird $N_0 = 2$ und die Länge $N = 5$ für das gewünschte FIR-Filter mit der Impulsantwort $h_r[n]$ gewählt. Geben Sie die Impulsantwort $h_r[n]$ explizit mit Zahlenwerten an (π, Wurzeln und Brüche brauchen nicht als Dezimalzahlen geschrieben werden).

Hinweise: $\cos(3\pi/4) = -1/\sqrt{2} = -\sin(\pi/4)$, $\cos(3\pi/8) = \sqrt{2-\sqrt{2}}/2 = \sin(\pi/8)$

Man erhält aus der Lösung von Teil (c) das folgende verzögerungsärmste, kausale Filter:

$$h_r[n] = \begin{cases} h[n] & 0 \le n \le 4 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} = \begin{cases} 2\cos\left(\frac{3\pi}{8}(n-2)\right)\frac{\sin\left(\frac{\pi}{8}(n-2)\right)}{\pi(n-2)} & 0 \le n \le 4 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Als Zahlenwerte ergeben sich

$$h_r[0] = 2\cos\left(\frac{3\pi}{8}(-2)\right)\frac{\sin\left(\frac{\pi}{8}(-2)\right)}{\pi(-2)} = \frac{1}{\pi}\cos\left(\frac{3\pi}{4}\right)\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\frac{1}{2\pi} = -0.159$$

$$h_r[1] = 2\cos\left(\frac{3\pi}{8}(-1)\right)\frac{\sin\left(\frac{\pi}{8}(-1)\right)}{\pi(-1)} = \frac{2}{\pi}\cos\left(\frac{3\pi}{8}\right)\sin\left(\frac{\pi}{8}\right) = \frac{2}{\pi}\frac{2-\sqrt{2}}{4} = \frac{2-\sqrt{2}}{2\pi} = 0.093$$

$$h_r[3] = 2\cos\left(\frac{3\pi}{8}(2)\right)\frac{\sin\left(\frac{\pi}{8}(2)\right)}{\pi(2)} = h_r[1]$$

$$h_r[4] = 2\cos\left(\frac{3\pi}{8}(2)\right)\frac{\sin\left(\frac{\pi}{8}(2)\right)}{\pi(2)} = h_r[0]$$

Für $n = 2$ muss beachtet werden, dass $\sin(\alpha x)/(\alpha x)$ für $x = 0$ den Wert 1 ergibt, d.h.

$$h_r[2] = 2\frac{1}{8}\cos\left(\frac{3\pi}{8}(0)\right)\frac{\sin\left(\frac{\pi}{8}(0)\right)}{\frac{\pi}{8}(0)} = \frac{1}{4} = 0.25$$

Die Impulsantwort des gesuchten realisierbaren Filters lautet somit

$$\begin{aligned} h_r[n] &= h_r[0]\delta(n) + h_r[1]\delta(n-1) + h_r[2]\delta(n-2) + h_r[1]\delta(n-3) + h_r[0]\delta(n-4) \\ &= h_r[2]\delta(n-2) + h_r[0]\big(\delta(n) + \delta(n-4)\big) + hr[1]\big(\delta(n-1) + \delta(n-4)\big) \\ &= \frac{1}{4}\delta(n-2) - \frac{1}{2\pi}\Big(\delta(n) + \delta(n-4)\Big) + \frac{2-\sqrt{2}}{2\pi}\big(\delta(n-1) + \delta(n-3)\big)\,. \end{aligned}$$

(h) (4 Punkte) Handelt es sich bei dem in Teil (g) gefundenen Filter mit der Impulsantwort $h_r[n]$ um ein linearphasiges Filter? Begründung!
Hinweis: diese Frage kann ohne aufwändige Rechnung gelöst werden.

Das Filter ist linearphasig, weil die Impulsantwort $h_r[n]$ gerade Symmetrie aufweist.

Aufgabe 2: (35 Punkte)

Ein zeitdiskretes, kausales System ist durch seine Übertragungsfunktion $H(z)$ gegeben als

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1}}{1 - z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}}.$$

Hinweise: Im ganzen Beispiel gilt, dass nicht-angegebene Anfangszustände mit null anzunehmen sind.
Die Nullstellen der Gleichung $x^2 + px + q = 0$ *lauten* $x_{12} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{p^2/4 - q}$.

(a) (10 Punkte) Bestimmen Sie alle Pole und Nullstellen von $H(z)$. Fertigen Sie ein Pol-Nullstellen-Diagramm an.

Nach der notwendigen Multiplikation mit $\frac{z^2}{z^2}$ erhält man:

$$H(z) = \frac{z^2 + 2z}{z^2 - z + \frac{1}{2}}.$$

Die Polstellen ergeben sich mithilfe der kleinen Lösungsformel zu

$$z_{p,1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\frac{p^2}{4} - q} \qquad p = -1, q = \frac{1}{2}$$
$$z_{p,1,2} = \frac{1}{2} \pm j\frac{1}{2}.$$

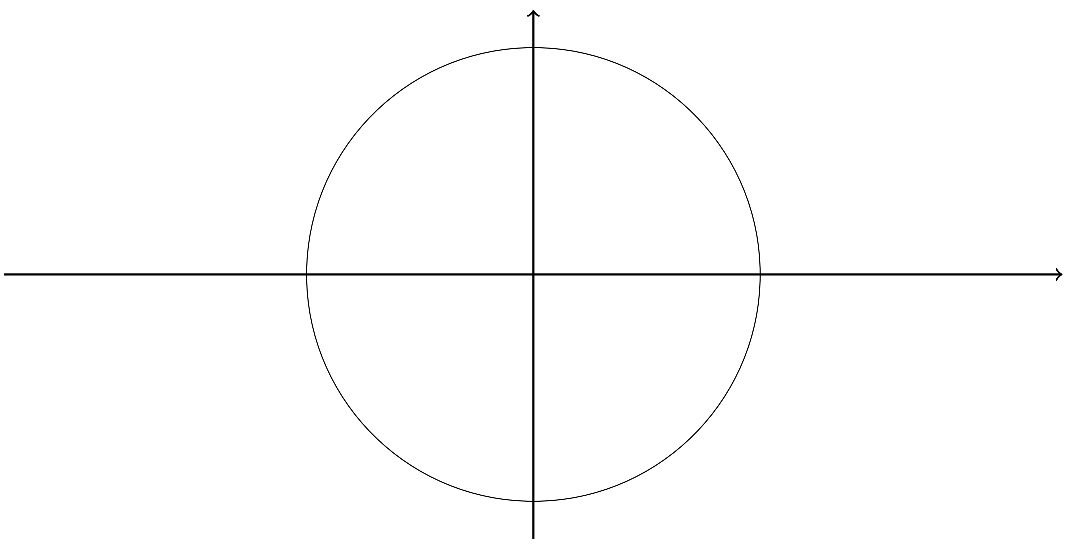
Die Nullstellen ergeben sich durch Herausheben von z zu

$$z_{n,1,2} = \{0, -2\}.$$

Das Pol-Nullstellen-Diagramm ist trivial. Zu Beachten ist die Achsenbeschriftung ($\mathfrak{Re}\{z\}$ und $\mathfrak{Im}\{z\}$) und Wertangaben ($\frac{1}{2}$, 2...).

Pole:

Nullstellen:



(b) (6 Punkte) Bestimmen Sie den Konvergenzbereich des Systems. Ist das System stabil? Um welchen Filtertyp (Hochpass, Bandpass, Tiefpass, anderer) handelt es sich?

Konvergenzbereich: $|z| > R_{\max} = \sqrt{\frac{1}{2}}$

Begründung:
Da das System als kausal definiert ist, handelt es sich bei seiner Impulsantwort um ein rechtsseitiges Signal. Der Konvergenzbereich beginnt daher außerhalb des größten Polradius und enthält $|z| = \infty$. Da die Pole bei $z_{p,1,2} = \frac{1}{2} \pm j\frac{1}{2}$ liegen, folgt für deren Betrag $|z_{p,1,2}| = \sqrt{(1/2)^2 + (1/2)^2} = \sqrt{2/4} = \sqrt{1/2}$.

Stabilität: Stabil

Begründung:
Es handelt sich um ein kausales System (mit daher rechtsseitiger Impulsantwort), und der Konvergenzbereich enthält den Einheitskreis.
Alternativ: Alle Nullstellen liegen innerhalb des Einheitskreises.

Filtertyp: Tiefpass (ein Bandpass ist argumentierbar)

Begründung:
Hinweis: betrachten Sie die drei Frequenzen $\theta = 0, \pi/2, \pi$.
Die Polstellen liegen in der rechten Hälfte des Einheitskreises, die Nullstellen in der linken Hälfte. Dadurch ist der Betrag von $H(z)|_{z=e^{j\theta}}$ bei niedrigen Frequenzen ($z = 1 = e^{j\theta}$, $\theta = 0$) angehoben und bei hohen Frequenzen klein.
Auswertung von $\left|H(e^{j\theta})\right|$ an den angegebenen Frequenzen:

$$\left|H(e^{j\theta})\right|_{\theta=0} = \frac{1+2}{1-1+\frac{1}{2}} = 6$$

$$\left|H(e^{j\theta})\right|_{\theta=\pi/2} = \left|\frac{-1+2j}{-1-j+\frac{1}{2}}\right| = \frac{\sqrt{1+4}}{\sqrt{1/4+4/4}} = 2$$

$$\left|H(e^{j\theta})\right|_{\theta=\pi} = \left|\frac{1-2}{1+1+\frac{1}{2}}\right| = \frac{1}{5/2} = 0.4\,.$$

(c) (10 Punkte) Berechnen Sie die Impulsantwort $h[n]$ des Systems.

Hierzu muss eine Partialbruchzerlegung gemacht werden. Man setzt

$$\begin{aligned} H'(z) = \frac{H(z)}{z} &= \frac{z+2}{z^2 - z + \frac{1}{2}} \\ &= \frac{z+2}{(z-(\frac{1}{2}+j\frac{1}{2}))(z-(\frac{1}{2}-j\frac{1}{2}))} \\ &= \frac{A}{z-(\frac{1}{2}+j\frac{1}{2})} + \frac{B}{z-(\frac{1}{2}-j\frac{1}{2})} \,. \end{aligned}$$

Mit der Methode nach Heaviside erhält man:

$$\begin{aligned} H'(z)\left(z - \left(\frac{1}{2}+j\frac{1}{2}\right)\right)\Bigg|_{z=\frac{1}{2}+j\frac{1}{2}} &= \frac{\frac{1}{2}+j\frac{1}{2}+2}{\frac{1}{2}+j\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+j\frac{1}{2}} \\ &= \frac{5+j}{2j} = \frac{1-j5}{2} = A \\ H'(z)\left(z - \left(\frac{1}{2}-j\frac{1}{2}\right)\right)\Bigg|_{z=\frac{1}{2}-j\frac{1}{2}} &= \frac{\frac{1}{2}-j\frac{1}{2}+2}{\frac{1}{2}-j\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-j\frac{1}{2}} \\ &= \frac{5-j}{-2j} = \frac{1+j5}{2} = B. \end{aligned}$$

Damit ergibt sich

$$H(z) = \frac{Az}{z-(\frac{1}{2}+j\frac{1}{2})} + \frac{Bz}{z-(\frac{1}{2}-j\frac{1}{2})}.$$

Mithilfe der Formelsammlung erhält man:

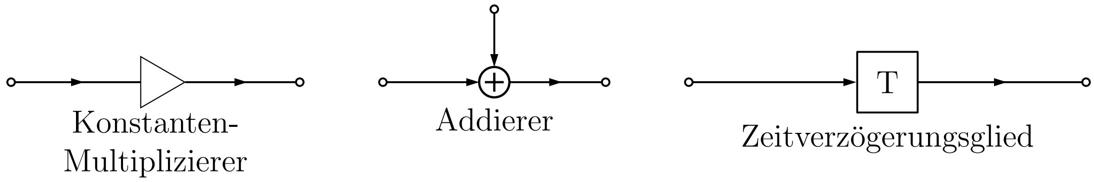
$$h[n] = \left(A\left(\frac{1}{2}+j\frac{1}{2}\right)^n + B\left(\frac{1}{2}-j\frac{1}{2}\right)^n\right)\sigma[n]$$

Fleißaufgabe:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}+j\frac{1}{2} &= \sqrt{\frac{1}{2}}e^{j\frac{\pi}{4}} \\ h[n] &= 2^{-\frac{n}{2}}\left(\frac{1}{2}\Big(\underbrace{e^{j\frac{\pi n}{4}}+e^{-j\frac{\pi n}{4}}}_{2\cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)}\Big) - j\frac{5}{2}\Big(\underbrace{e^{j\frac{\pi n}{4}}-e^{-j\frac{\pi n}{4}}}_{2j\sin\left(\frac{\pi n}{4}\right)}\Big)\right) \\ &= 2^{-\frac{n}{2}}\left(\cos\left(\frac{\pi n}{4}\right) + 5\sin\left(\frac{\pi n}{4}\right)\right) \end{aligned}$$

Daher ist $h[n] \in \mathbb{R}$, wie das Blockdiagramm vermuten lässt.

(d) (5 Punkte) Zeichnen Sie ein Blockdiagramm des Systems. Verwenden Sie dafür neben Verbindungslinien die folgenden Elemente:



Man erhält aus

$$\begin{aligned}
\frac{Y(z)}{X(z)} &= H(z) = \frac{z^2 + 2z}{z^2 - z + \frac{1}{2}} \\
z^2 Y(z) - zY(z) + \frac{1}{2} Y(z) &= z^2 X(z) + 2zX(z) \qquad | \cdot z^{-2} \\
Y(z) - z^{-1} Y(z) + \frac{1}{2} z^{-2} Y(z) &= X(z) + 2z^{-1} X(z) \\
y[n] - y[n-1] + \frac{1}{2} y[n-2] &= x[n] + 2x[n-1] \\
y[n] &= x[n] + 2x[n-1] + y[n-1] - \frac{1}{2} y[n-2].
\end{aligned}$$

Damit lässt sich das Diagramm leicht anfertigen.

(e) (4 Punkte) Berechnen Sie die Antwort $y[n]$ des Systems auf das Eingangssignal $x[n] = \delta[n]$ unter der Annahme, dass $y[-1] = 1$ und $y[-2] = 0$. Benützen Sie bei der Berechnung die Linearität des Systems!
Hinweis: $y[n-1] \leftrightarrow z^{-1}Y(z)+y[-1]$ und $y[n-2] \leftrightarrow z^{-2}Y(z) + z^{-1}y[-1] + y[-2]$.

Die Lösung ist eine Linearkombination aus der Nullzustandsantwort (hier ist das die bereits berechnete Impulsantwort) und der Nulleingangsantwort. Mithilfe des Hinweises ergibt sich

$$Y(z) - z^{-1}Y(z) - y[-1] + \frac{1}{2}(z^{-2}Y(z) + z^{-1}y[-1]) = X(z) + 2z^{-1}X(z)$$

$$Y(z)\left(1 - z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}\right) - 1 + \frac{1}{2}z^{-1} = X(z)\left(1 + 2z^{-1}\right) \qquad X(z) = 0$$

$$Y_{0E}(z) = \frac{1 - \frac{1}{2}z^{-1}}{1 - z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}} = \frac{z^2 - \frac{1}{2}z}{z^2 - z + \frac{1}{2}}.$$

Mit der gleichen Vorgangsweise wie bei der Berechnung der Impulsantwort erhält man

$$A = B = \frac{1}{2}$$

$$y_{0E}[n] = 2^{-\frac{n}{2}}\left(\frac{1}{2}\left(e^{j\frac{\pi n}{4}} + e^{-j\frac{\pi n}{4}}\right)\right)$$

$$= 2^{-\frac{n}{2}}\cos\left(\frac{\pi n}{4}\right)$$

Damit ergibt sich das Ausgangssignal zu

$$y[n] = h[n] + y_{0E}[n] = 2^{-\frac{n}{2}}\left(2\cos\left(\frac{\pi n}{4}\right) + 5\sin\left(\frac{\pi n}{4}\right)\right)$$

Aufgabe 3: (15 Punkte)

Bestimmen Sie die zutreffenden Antworten und kreuzen Sie diese an.

Jede korrekte Antwort wird mit +1 *Punkt gezählt. Keine Antwort oder das Ankreuzen beider Alternativen werden mit* 0 *Punkten gezählt. Eine falsche Antwort wird mit* −1 *Punkt gezählt. Die Punkte werden für die gesamte Aufgabe summiert; eine negative Gesamtsumme wird auf Null gesetzt.*

(a) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über die zeitdiskrete Fourier-Transformation (DTFT) richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Die DTFT ist eine nichtlineare Transformation.	○	⊗
B)	Die DTFT konvergiert für alle leistungsbeschränkten Signale endlicher Länge.	⊗	○
C)	Die DTFT eines nichtperiodischen Signals kann δ-Anteile enthalten.	⊗	○
D)	Die DTFT konvergiert *nur* für kausale Signale.	○	⊗

(b) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über die Z-Transformierte (ZT) eines Signals $x[n]$, $n = -\infty, ..., -1, 0, 1, ...\infty$, richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Die ZT konvergiert für $x[n] = a^{-n}$, $\lvert a\rvert = 2$.	○	⊗
B)	Die ZT konvergiert für $x[n] = a^{-\lvert n\rvert}$, $\lvert a\rvert = 1/2$.	○	⊗
C)	Die ZT konvergiert für $x[n] = a^{n}$, $\lvert a\rvert = 1/2$.	○	⊗
D)	Die ZT konvergiert für $x[n] = a^{\lvert n\rvert}$, $\lvert a\rvert = 2$.	○	⊗

(c) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über die Z-Transformation (ZT) richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Die ZT konvergiert *nur* für kausale Signale.	○	⊗
B)	Die ZT konvergiert für nichttriviale periodische Signale.	○	⊗
C)	Die ZT konvergiert für betragssummierbare Signale.	⊗	○
D)	Konvergiert die ZT für $\lvert z\rvert < \frac{1}{2}$, so konvergiert für dieses Signal auch die zeitdiskrete Fourier-Transformation.	○	⊗

(d) (3 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über die Z-Transformierte $X(z)$ eines reellen Zeit-Signals $x[n]$ richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Bei einem rechtsseitigen, stabilen Signal liegen die Pole der ZT *im* Einheitskreis der z-Ebene.	⊗	○
B)	Der Endwert $\lim_{n\to\infty} x[n]$ eines Signals $x[n]$ ist endlich aber von Null verschieden, wenn $\lvert X(z)\rvert \to \infty$ bei $z = 1$.	⊗	○
C)	Bei zweiseitigem $x[n]$ gehört zum Konvergenzbereich der ZT, sofern die ZT konvergiert, immer auch $\lvert z\rvert = \infty$.	○	⊗

Aufgabe 4: (15 Punkte)

Bestimmen Sie die zutreffenden Antworten und kreuzen Sie diese an.

Jede korrekte Antwort wird mit +1 Punkt gezählt. Keine Antwort oder das Ankreuzen beider Alternativen werden mit 0 Punkten gezählt. Eine falsche Antwort wird mit −1 Punkt gezählt. Die Punkte werden für die gesamte Aufgabe summiert; eine negative Gesamtsumme wird auf Null gesetzt.

(a) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über zeitdiskrete Infinite-Impulse-Response (IIR) Filter (mit endlich vielen, beschränkten Koeffizienten) richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Es können linearphasige IIR-Filter realisiert werden.	○	⊗
B)	IIR-Filter sind immer nichtlineare Filter.	○	⊗
C)	IIR-Filter sind per Definition immer kausal.	○	⊗
D)	IIR-Filter können instabil sein.	⊗	○

(b) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über digitale Filter und deren Z-Übertragungsfunktionen (Z-ÜF) richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Die Quantisierung der Koeffizienten kann, bei einem IIR-Filter in Direktform, zur Instabilität führen.	⊗	○
B)	Bei linearphasigen Filtern können *Null*stellen der Z-ÜF außerhalb des Einheitskreises der Z-Ebene liegen.	⊗	○
C)	Bei linearphasigen Filtern können *Pol*stellen der Z-ÜF außerhalb des Einheitskreises der Z-Ebene liegen.	○	⊗
D)	Die Pole der Z-ÜF kausaler FIR-Filter liegen bei $z = 0$.	⊗	○

(c) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über den Entwurf zeitdiskreter Filter richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Mit der Fenstermethode werden IIR-Filter entworfen.	○	⊗
B)	Das Rechteckfenster erzeugt beim Fensterentwurf den steilsten Übergang vom Durchlass- in den Sperrbereich.	⊗	○
C)	Kausale FIR-Filter erzeugen mit wachsender Zahl von Filterkoeffizienten stärkere Verzögerung am Ausgang.	⊗	○
D)	Die bilineare Transformation ist ein Verfahren zum Entwurf von Finite-Impulse-Response (FIR) Filtern.	○	⊗

(d) (3 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über den Entwurf digitaler Filter (und deren Frequenz-Übertragungsfunktionen (ÜF)) durch die bilineare Transformation (BT) richtig oder falsch sind:

		Richtig	Falsch
A)	Die BT führt zu einer nichtlinearen Stauchung der Frequenzachse des Referenzfilters auf das Intervall $(-\pi, \pi)$.	⊗	○
B)	Die BT *verändert* die Welligkeit der ÜF des entworfenen Filters im Vergleich zum Referenzfilter.	○	⊗
C)	Die BT verwendet ein zeit*diskretes* Referenzfilter.	○	⊗

Raum für Nebenrechnungen