**ZUNAME:** ....................................

VORNAME: ....................................

**MAT. NR.:** ....................................

**2. Teilprüfung 389.055 A**

**Signale und Systeme 2**

Institute of Telecommunications

TU-Wien **29.06.2018**

**Bitte beachten Sie:**

- Die Dauer dieser Klausur beträgt **90 Minuten**.
- Bitte legen Sie Ihren **Studierendenausweis auf Ihrem Tisch** zur Überprüfung bereit.
- **Mobiltelefone** müssen während der Prüfung **ausgeschaltet** sein und dürfen **nicht auf dem Tisch** liegen!
- Neben Schreibwerkzeugen und einfachen, nicht-programmierten Taschenrechnern ist als Hilfsmittel die SuS2-Formelsammlung erlaubt – sonst nichts!
- **Wichtig:** Bitte beachten Sie, dass Schummeln, wie z.B. die Verwendung nicht erlaubter Hilfsmittel, studienrechtliche und prüfungsrelevante Konsequenzen hat.
- Bitte verwenden Sie einen **permanent färbenden, nicht-roten Stift**.
- Die Beispiele sind ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe auszuarbeiten. **Mitgebrachte Zusatzblätter werden ignoriert!**
- Sofern weitere Leerseiten zur Bearbeitung der Beispiele benötigt werden, sind diese bei der Klausuraufsicht erhältlich.
- Bitte bearbeiten Sie ***nicht*** **mehr als ein Beispiel auf einem Blatt**.
- Bitte kennzeichnen Sie auf **jeder Seite** eindeutig, welche **Aufgabe** und welcher **Unterpunkt** behandelt wird.
- Schreiben Sie auf **jedes Blatt** Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer**!
- Diese **Angabe** ***muss*****, mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer beschriftet,** bei der Klausuraufsicht **abgegeben werden**. **Sie dürfen diese Angabe** ***nicht*** **mitnehmen!**
- Sofern Sie nicht wollen, dass Ihre Bearbeitung eines Beispiels gewertet wird, streichen Sie die entsprechenden Seiten klar ersichtlich durch.
- Eine **lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung** sind Voraussetzungen für die positive Beurteilung der Arbeit!
- Bitte **bleiben Sie bei Klausurende** so lange **auf Ihrem Platz**, bis alle Klausuren eingesammelt sind und die Klausuraufsicht die Freigabe zum Verlassen der Hörsaals erteilt.
- Sofern Sie während der Klausur zur Toilette müssen, melden Sie sich bitte rechtzeitig bei der Klausuraufsicht. Bitte **verlassen Sie nicht ohne Rücksprache mit der Klausuraufsicht den Hörsaal**.
- Sofern Sie vor dem Klausurende gehen wollen, tun Sie dies bitte **nicht in den letzten 15min** vor dem Ende der Klausur. Melden Sie sich bevor Sie gehen bei der Klausuraufsicht und geben Sie Ihre Angabe ab.

**Abgabezeit**: (wird nur bei vorzeitiger Abgabe von der Klausuraufsicht ausgefüllt) **......**

| Aufgabe: | 1 | 2 | 3 | 4 | Summe |
|---|---|---|---|---|---|
| Punkte (max.): | 35 | 35 | 15 | 15 | 100 |
| Punkte: | | | | | |

**Aufgabe 1: (35 Punkte)**

Die Fouriertransformierten $H_1(e^{j\theta})$ und $H_2(e^{j\theta})$ der Impulsantworten $h_1[n]$ und $h_2[n]$ zweier zeitdiskreter Filter sind im Frequenzbereich $-\pi \leq \theta < \pi$ wie folgt gegeben:

$$H_1(e^{j\theta}) = \begin{cases} 1 & |\theta| \leq \frac{3}{12}\pi \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

$$H_2(e^{j\theta}) = \begin{cases} 1 & |\theta| \leq \frac{\pi}{2} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

(a) (4 Punkte) Geben Sie die Impulsantworten $h_1[n]$ und $h_2[n]$ der beiden Filter an. *Hinweis: verwenden Sie die Formelsammlung.*

(b) (4 Punkte) Geben Sie nun die Übertragungsfunktion

$$H(e^{j\theta}) = \Big(H_2(e^{j\theta}) - H_1(e^{j\theta})\Big)e^{-jN_0\theta} \qquad N_0 \in \mathbb{N}$$

explizit an. Welche Art von Filter wird durch $H(e^{j\theta})$ beschrieben? Was bewirkt die Größe $N_0$?

(c) (6 Punkte) Geben Sie die Impulsantwort $h[n] = \mathcal{F}^{-1}\left\{H(e^{j\theta})\right\}$ des Filters mit der Übertragungsfunktion $H(e^{j\theta})$ aus Teil (b) an.
*Hinweis: verwenden Sie das Additionstheorem* $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

(d) (4 Punkte) Berechnen Sie die Energie $E_h$ der Impulsantwort $h[n] = \mathcal{F}^{-1}\left\{H(e^{j\theta})\right\}$ aus Teil (c).
*Hinweis: es ist keine aufwändige Rechnung erforderlich.*

(e) (3 Punkte) Nun wird das Signal

$$x[n] = \cos\left(\frac{3\pi}{4}n\right) \qquad n \in \mathbb{Z}$$

auf das System mit der Übertragungsfunktion $H(e^{j\theta})$ aus Teil (b) und der zugehörigen Impulsantwort $h[n]$ aus Teil (c) gegeben.
Geben Sie das Ausgangssignal $y[n]$ des Filters an (Begründung!).
*Hinweis: die Lösung dieses Aufgabenteils ist ohne aufwändige Rechnung möglich!*

(f) (4 Punkte) Nun wird das Signal

$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) \qquad n \in \mathbb{Z}$$

auf das System mit der Übertragungsfunktion $H(e^{j\theta})$ aus Teil (b) und der zugehörigen Impulsantwort $h[n]$ aus Teil (c) gegeben.
Geben Sie das Ausgangssignal $y[n]$ des Filters an (Begründung!).
*Hinweis: die Lösung dieses Aufgabenteils ist ohne aufwändige Rechnung möglich!*

(g) (6 Punkte) Nun soll aus dem idealisierten Filter mit der Impulsantwort $h[n]$ aus Teil (c) ein realisierbares, *kausales* Filter mit möglichst *kleiner Verzögerungszeit* mit Hilfe des Fensterentwurfes durch ein Rechteckfenster erzeugt werden. Hierzu wird $N_0 = 2$ und die Länge $N = 5$ für das gewünschte FIR-Filter mit der Impulsantwort $h_r[n]$ gewählt. Geben Sie die Impulsantwort $h_r[n]$ explizit mit Zahlenwerten an ($\pi$, Wurzeln und Brüche brauchen nicht als Dezimalzahlen geschrieben werden).
*Hinweise:* $\cos(3\pi/4) = -1/\sqrt{2} = -\sin(\pi/4)$, $\cos(3\pi/8) = \sqrt{2-\sqrt{2}}/2 = \sin(\pi/8)$

(h) (4 Punkte) Handelt es sich bei dem in Teil (g) gefundenen Filter mit der Impulsantwort $h_r[n]$ um ein linearphasiges Filter? Begründung!
*Hinweis: diese Frage kann ohne aufwändige Rechnung gelöst werden.*

**Aufgabe 2: (35 Punkte)**

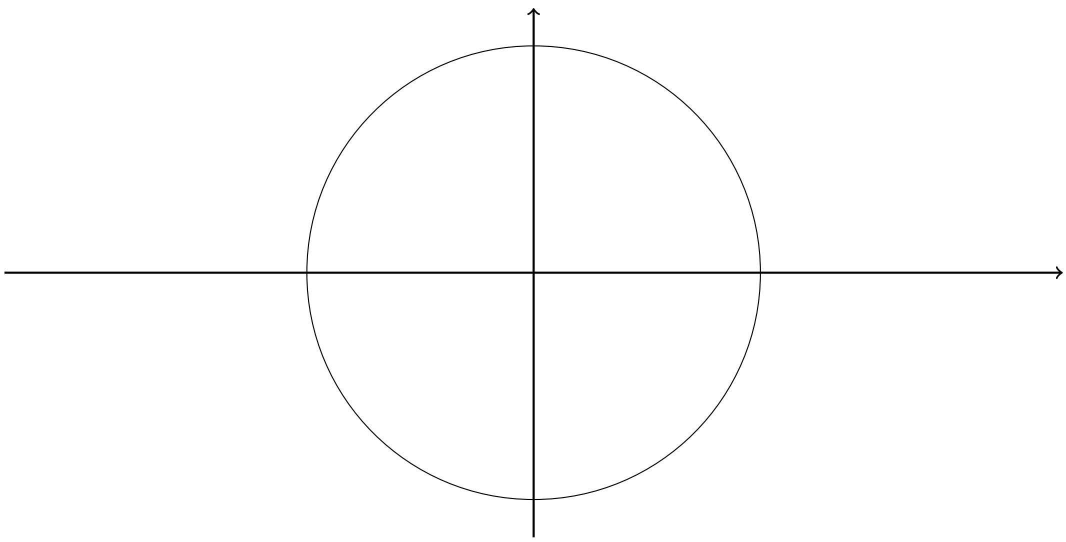
Ein zeitdiskretes, kausales System ist durch seine Übertragungsfunktion $H(z)$ gegeben als

$$H(z) = \frac{1 + 2z^{-1}}{1 - z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}}.$$

*Hinweise: Im ganzen Beispiel gilt, dass nicht-angegebene Anfangszustände mit null anzunehmen sind.*
*Die Nullstellen der Gleichung* $x^2 + px + q = 0$ *lauten* $x_{12} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{p^2/4 - q}$.

(a) (10 Punkte) Bestimmen Sie alle Pole und Nullstellen von $H(z)$. Fertigen Sie ein Pol-Nullstellen-Diagramm an.

| |
|---|
| Pole: |
| Nullstellen: |



(b) (6 Punkte) Bestimmen Sie den Konvergenzbereich des Systems. Ist das System stabil? Um welchen Filtertyp (Hochpass, Bandpass, Tiefpass, anderer) handelt es sich?

Konvergenzbereich:

Begründung:

Stabilität:

Begründung:

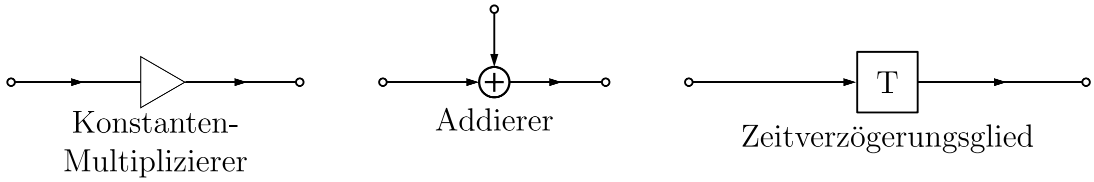
Filtertyp:

Begründung:

*Hinweis: betrachten Sie die drei Frequenzen* $\theta = 0, \pi/2, \pi$.

(c) (10 Punkte) Berechnen Sie die Impulsantwort $h[n]$ des Systems.

(d) (5 Punkte) Zeichnen Sie ein Blockdiagramm des Systems. Verwenden Sie dafür neben Verbindungslinien die folgenden Elemente:



(e) (4 Punkte) Berechnen Sie die Antwort $y[n]$ des Systems auf das Eingangssignal $x[n] = \delta[n]$ unter der Annahme, dass $y[-1] = 1$ und $y[-2] = 0$. Benützen Sie bei der Berechnung die Linearität des Systems!
*Hinweis:* $y[n-1] \leftrightarrow z^{-1}Y(z)+y[-1]$ und $y[n-2] \leftrightarrow z^{-2}Y(z) + z^{-1}y[-1] + y[-2]$.

**Aufgabe 3: (15 Punkte)**

Bestimmen Sie die zutreffenden Antworten und kreuzen Sie diese an.

*Jede korrekte Antwort wird mit* $+1$ *Punkt gezählt. Keine Antwort oder das Ankreuzen beider Alternativen werden mit* 0 *Punkten gezählt. Eine falsche Antwort wird mit* $-1$ *Punkt gezählt. Die Punkte werden für die gesamte Aufgabe summiert; eine negative Gesamtsumme wird auf Null gesetzt.*

(a) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über die zeitdiskrete Fourier-Transformation (DTFT) richtig oder falsch sind:

| | | Richtig | Falsch |
|---|---|---|---|
| A) | Die DTFT ist eine nichtlineare Transformation. | ○ | ○ |
| B) | Die DTFT konvergiert für alle leistungsbeschränkten Signale endlicher Länge. | ○ | ○ |
| C) | Die DTFT eines nichtperiodischen Signals kann $\delta$-Anteile enthalten. | ○ | ○ |
| D) | Die DTFT konvergiert *nur* für kausale Signale. | ○ | ○ |

(b) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über die Z-Transformierte (ZT) eines Signals $x[n]$, $n = -\infty, ..., -1, 0, 1, ...\infty$, richtig oder falsch sind:

| | | Richtig | Falsch |
|---|---|---|---|
| A) | Die ZT konvergiert für $x[n] = a^{-n}$, $\|a\| = 2$. | ○ | ○ |
| B) | Die ZT konvergiert für $x[n] = a^{-\|n\|}$, $\|a\| = 1/2$. | ○ | ○ |
| C) | Die ZT konvergiert für $x[n] = a^{n}$, $\|a\| = 1/2$. | ○ | ○ |
| D) | Die ZT konvergiert für $x[n] = a^{\|n\|}$, $\|a\| = 2$. | ○ | ○ |

(c) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über die Z-Transformation (ZT) richtig oder falsch sind:

| | | Richtig | Falsch |
|---|---|---|---|
| A) | Die ZT konvergiert *nur* für kausale Signale. | ○ | ○ |
| B) | Die ZT konvergiert für nichttriviale periodische Signale. | ○ | ○ |
| C) | Die ZT konvergiert für betragssummierbare Signale. | ○ | ○ |
| D) | Konvergiert die ZT für $\|z\| < \frac{1}{2}$, so konvergiert für dieses Signal auch die zeitdiskrete Fourier-Transformation. | ○ | ○ |

(d) (3 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über die Z-Transformierte $X(z)$ eines reellen Zeit-Signals $x[n]$ richtig oder falsch sind:

| | | Richtig | Falsch |
|---|---|---|---|
| A) | Bei einem rechtsseitigen, stabilen Signal liegen die Pole der ZT *im* Einheitskreis der $z$-Ebene. | ○ | ○ |
| B) | Der Endwert $\lim_{n\to\infty} x[n]$ eines Signals $x[n]$ ist endlich aber von Null verschieden, wenn $\|X(z)\| \to \infty$ bei $z = 1$. | ○ | ○ |
| C) | Bei zweiseitigem $x[n]$ gehört zum Konvergenzbereich der ZT, sofern die ZT konvergiert, immer auch $\|z\| = \infty$. | ○ | ○ |

**Aufgabe 4: (15 Punkte)**

Bestimmen Sie die zutreffenden Antworten und kreuzen Sie diese an.

*Jede korrekte Antwort wird mit +1 Punkt gezählt. Keine Antwort oder das Ankreuzen beider Alternativen werden mit 0 Punkten gezählt. Eine falsche Antwort wird mit −1 Punkt gezählt. Die Punkte werden für die gesamte Aufgabe summiert; eine negative Gesamtsumme wird auf Null gesetzt.*

(a) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über zeitdiskrete Infinite-Impulse-Response (IIR) Filter (mit endlich vielen, beschränkten Koeffizienten) richtig oder falsch sind:

| | | Richtig | Falsch |
|---|---|---|---|
| A) | Es können linearphasige IIR-Filter realisiert werden. | ◯ | ◯ |
| B) | IIR-Filter sind immer nichtlineare Filter. | ◯ | ◯ |
| C) | IIR-Filter sind per Definition immer kausal. | ◯ | ◯ |
| D) | IIR-Filter können instabil sein. | ◯ | ◯ |

(b) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über digitale Filter und deren Z-Übertragungsfunktionen (Z-ÜF) richtig oder falsch sind:

| | | Richtig | Falsch |
|---|---|---|---|
| A) | Die Quantisierung der Koeffizienten kann, bei einem IIR-Filter in Direktform, zur Instabilität führen. | ◯ | ◯ |
| B) | Bei linearphasigen Filtern können *Null*stellen der Z-ÜF außerhalb des Einheitskreises der Z-Ebene liegen. | ◯ | ◯ |
| C) | Bei linearphasigen Filtern können *Pol*stellen der Z-ÜF außerhalb des Einheitskreises der Z-Ebene liegen. | ◯ | ◯ |
| D) | Die Pole der Z-ÜF kausaler FIR-Filter liegen bei $z = 0$. | ◯ | ◯ |

(c) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über den Entwurf zeitdiskreter Filter richtig oder falsch sind:

| | | Richtig | Falsch |
|---|---|---|---|
| A) | Mit der Fenstermethode werden IIR-Filter entworfen. | ◯ | ◯ |
| B) | Das Rechteckfenster erzeugt beim Fensterentwurf den steilsten Übergang vom Durchlass- in den Sperrbereich. | ◯ | ◯ |
| C) | Kausale FIR-Filter erzeugen mit wachsender Zahl von Filterkoeffizienten stärkere Verzögerung am Ausgang. | ◯ | ◯ |
| D) | Die bilineare Transformation ist ein Verfahren zum Entwurf von Finite-Impulse-Response (FIR) Filtern. | ◯ | ◯ |

(d) (3 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über den Entwurf digitaler Filter (und deren Frequenz-Übertragungsfunktionen (ÜF)) durch die bilineare Transformation (BT) richtig oder falsch sind:

| | | Richtig | Falsch |
|---|---|---|---|
| A) | Die BT führt zu einer nichtlinearen Stauchung der Frequenzachse des Referenzfilters auf das Intervall $(-\pi, \pi)$. | ◯ | ◯ |
| B) | Die BT *verändert* die Welligkeit der ÜF des entworfenen Filters im Vergleich zum Referenzfilter. | ◯ | ◯ |
| C) | Die BT verwendet ein zeit*diskretes* Referenzfilter. | ◯ | ◯ |

**Raum für Nebenrechnungen**