

ZUNAME: .....  
 VORNAME: .....  
 MAT. NR.: .....

**2. Teilprüfung 389.055 B**  
**Signale und Systeme 2**  
 Institute of Telecommunications  
 TU-Wien **29.06.2018**

**Bitte beachten Sie:**

- Die Dauer dieser Klausur beträgt **90 Minuten**.
- Bitte legen Sie Ihren **Studierendenausweis auf Ihrem Tisch** zur Überprüfung bereit.
- **Mobiltelefone** müssen während der Prüfung **ausgeschaltet** sein und dürfen **nicht auf dem Tisch** liegen!
- Neben Schreibwerkzeugen und einfachen, nicht-programmierten Taschenrechnern ist als Hilfsmittel die SuS2-Formelsammlung erlaubt – sonst nichts!
- **Wichtig:** Bitte beachten Sie, dass Schummeln, wie z.B. die Verwendung nicht erlaubter Hilfsmittel, studienrechtliche und prüfungsrelevante Konsequenzen hat.
- Bitte verwenden Sie einen **permanent färbenden, nicht-roten Stift**.
- Die Beispiele sind ausschließlich auf den Seiten dieser Angabe auszuarbeiten. **Mitgebrachte Zusatzblätter werden ignoriert!**
- Sofern weitere Leerseiten zur Bearbeitung der Beispiele benötigt werden, sind diese bei der Klausuraufsicht erhältlich.
- Bitte bearbeiten Sie **nicht mehr als ein Beispiel auf einem Blatt**.
- Bitte kennzeichnen Sie auf **jeder Seite** eindeutig, welche **Aufgabe** und welcher **Unterpunkt** behandelt wird.
- Schreiben Sie auf **jedes Blatt** Ihren **Namen** und Ihre **Matrikelnummer!**
- Diese **Angabe muss, mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer beschriftet**, bei der Klausuraufsicht **abgegeben werden. Sie dürfen diese Angabe nicht mitnehmen!**
- Sofern Sie nicht wollen, dass Ihre Bearbeitung eines Beispiels gewertet wird, streichen Sie die entsprechenden Seiten klar ersichtlich durch.
- Eine **lesbare Schrift und übersichtliche Darstellung** sind Voraussetzungen für die positive Beurteilung der Arbeit!
- Bitte **bleiben Sie bei Klausurende** so lange **auf Ihrem Platz**, bis alle Klausuren eingesammelt sind und die Klausuraufsicht die Freigabe zum Verlassen der Hörsaals erteilt.
- Sofern Sie während der Klausur zur Toilette müssen, melden Sie sich bitte rechtzeitig bei der Klausuraufsicht. Bitte **verlassen Sie nicht ohne Rücksprache mit der Klausuraufsicht den Hörsaal**.
- Sofern Sie vor dem Klausurende gehen wollen, tun Sie dies bitte **nicht in den letzten 15min** vor dem Ende der Klausur. Melden Sie sich bevor Sie gehen bei der Klausuraufsicht und geben Sie Ihre Angabe ab.

**Abgabezeit:** (wird nur bei vorzeitiger Abgabe von der Klausuraufsicht ausgefüllt) . . . . .

Aufgabe:	1	2	3	4	Summe
Punkte (max.):	35	35	15	15	100
Punkte:					

**Aufgabe 1: (35 Punkte)**

Die Fouriertransformierten  $H_1(e^{j\theta})$  und  $H_2(e^{j\theta})$  der Impulsantworten  $h_1[n]$  und  $h_2[n]$  zweier zeitdiskreter Filter sind im Frequenzbereich  $-\pi \leq \theta < \pi$  wie folgt gegeben:

$$H_1(e^{j\theta}) = \begin{cases} 1 & |\theta| \leq \frac{5}{10}\pi \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} \quad H_2(e^{j\theta}) = \begin{cases} 1 & |\theta| \leq \frac{\pi}{4} \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}.$$

- (a) (4 Punkte) Geben Sie die Impulsantworten  $h_1[n]$  und  $h_2[n]$  der beiden Filter an.  
*Hinweis: verwenden Sie die Formelsammlung.*

- (b) (4 Punkte) Geben Sie nun die Übertragungsfunktion

$$H(e^{j\theta}) = \left( H_1(e^{j\theta}) - H_2(e^{j\theta}) \right) e^{-jN_0\theta} \quad N_0 \in \mathbb{N}$$

explizit an. Welche Art von Filter wird durch  $H(e^{j\theta})$  beschrieben? Was bewirkt die Größe  $N_0$ ?

- (c) (6 Punkte) Geben Sie die Impulsantwort  $h[n] = \mathcal{F}^{-1} \{H(e^{j\theta})\}$  des Filters mit der Übertragungsfunktion  $H(e^{j\theta})$  aus Teil (b) an.

*Hinweis: verwenden Sie das Additionstheorem  $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$*

- (d) (4 Punkte) Berechnen Sie die Energie  $E_h$  der Impulsantwort  $h[n] = \mathcal{F}^{-1} \{H(e^{j\theta})\}$  aus Teil (c).

*Hinweis: es ist keine aufwändige Rechnung erforderlich.*

- (e) (3 Punkte) Nun wird das Signal

$$x[n] = \cos\left(\frac{3\pi}{4}n\right) \quad n \in \mathbb{Z}$$

auf das System mit der Übertragungsfunktion  $H(e^{j\theta})$  aus Teil (b) und der zugehörigen Impulsantwort  $h[n]$  aus Teil (c) gegeben.

Geben Sie das Ausgangssignal  $y[n]$  des Filters an (Begründung!).

*Hinweis: die Lösung dieses Aufgabenteils ist ohne aufwändige Rechnung möglich!*

- (f) (4 Punkte) Nun wird das Signal

$$x[n] = \cos\left(\frac{\pi}{3}n\right) \quad n \in \mathbb{Z}$$

auf das System mit der Übertragungsfunktion  $H(e^{j\theta})$  aus Teil (b) und der zugehörigen Impulsantwort  $h[n]$  aus Teil (c) gegeben.

Geben Sie das Ausgangssignal  $y[n]$  des Filters an (Begründung!).

*Hinweis: die Lösung dieses Aufgabenteils ist ohne aufwändige Rechnung möglich!*

- (g) (6 Punkte) Nun soll aus dem idealisierten Filter mit der Impulsantwort  $h[n]$  aus Teil (c) ein realisierbares, *kausales* Filter mit möglichst *kleiner Verzögerungszeit* mit Hilfe des Fensterentwurfes durch ein Rechteckfenster erzeugt werden. Hierzu wird  $N_0 = 2$  und die Länge  $N = 5$  für das gewünschte FIR-Filter mit der Impulsantwort  $h_r[n]$  gewählt. Geben Sie die Impulsantwort  $h_r[n]$  explizit mit Zahlenwerten an ( $\pi$ , Wurzeln und Brüche brauchen nicht als Dezimalzahlen geschrieben werden).

*Hinweise:*  $\cos(3\pi/4) = -1/\sqrt{2} = -\sin(\pi/4)$ ,  $\cos(3\pi/8) = \sqrt{2 - \sqrt{2}}/2 = \sin(\pi/8)$

Zuname:.....

B.6 Matrikelnummer:.....

- (h) (4 Punkte) Handelt es sich bei dem in Teil (g) gefundenen Filter mit der Impulsantwort  $h_r[n]$  um ein linearphasiges Filter? Begründung!

*Hinweis: diese Frage kann ohne aufwändige Rechnung gelöst werden.*

**Aufgabe 2: (35 Punkte)**

Ein zeitdiskretes, kausales System ist durch seine Übertragungsfunktion  $H(z)$  gegeben als

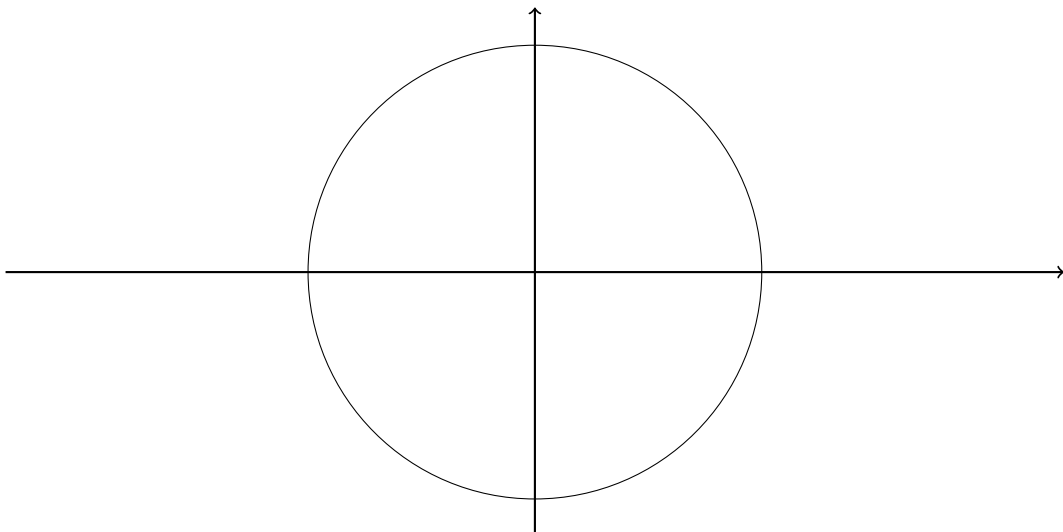
$$H(z) = \frac{1 - 2z^{-1}}{1 + z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}}.$$

*Hinweise: Im ganzen Beispiel gilt, dass nicht-angegebene Anfangszustände mit null anzunehmen sind.*

*Die Nullstellen der Gleichung  $x^2 + px + q = 0$  lauten  $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{p^2/4 - q}$ .*

- (a) (10 Punkte) Bestimmen Sie alle Pole und Nullstellen von  $H(z)$ . Fertigen Sie ein Pol-Nullstellen-Diagramm an.

Pole:
Nullstellen:



- (b) (6 Punkte) Bestimmen Sie den Konvergenzbereich des Systems. Ist das System stabil? Um welchen Filtertyp (Hochpass, Bandpass, Tiefpass, anderer) handelt es sich?

Konvergenzbereich:

Begründung:

Stabilität:

Begründung:

Filtertyp:

Begründung:

*Hinweis: betrachten Sie die drei Frequenzen  $\theta = 0, \pi/2, \pi$ .*

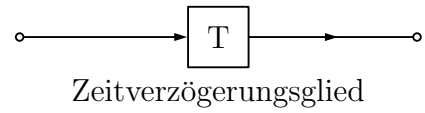
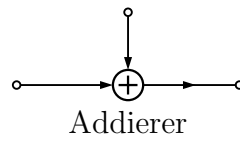
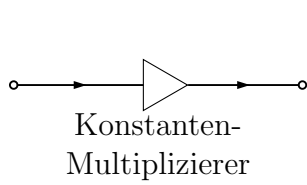


**Zuname:**.....

**B.9 Matrikelnummer:**.....

(c) (10 Punkte) Berechnen Sie die Impulsantwort  $h[n]$  des Systems.

- (d) (5 Punkte) Zeichnen Sie ein Blockdiagramm des Systems. Verwenden Sie dafür neben Verbindungslinien die folgenden Elemente:



- (e) (4 Punkte) Berechnen Sie die Antwort  $y[n]$  des Systems auf das Eingangssignal  $x[n] = \delta[n]$  unter der Annahme, dass  $y[-1] = 1$  und  $y[-2] = 0$ . Benützen Sie bei der Berechnung die Linearität des Systems!

*Hinweis:*  $y[n-1] \leftrightarrow z^{-1}Y(z) + y[-1]$  und  $y[n-2] \leftrightarrow z^{-2}Y(z) + z^{-1}y[-1] + y[-2]$ .

**Aufgabe 3: (15 Punkte)**

Bestimmen Sie die zutreffenden Antworten und kreuzen Sie diese an.

*Jede korrekte Antwort wird mit +1 Punkt gezählt. Keine Antwort oder das Ankreuzen beider Alternativen werden mit 0 Punkten gezählt. Eine falsche Antwort wird mit -1 Punkt gezählt. Die Punkte werden für die gesamte Aufgabe summiert; eine negative Gesamtsumme wird auf Null gesetzt.*

- (a) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über die zeitdiskrete Fourier-Transformation (DTFT) richtig oder falsch sind:

	Richtig/Falsch	
A) Die DTFT konvergiert für alle leistungsbeschränkten Signale endlicher Länge.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B) Die DTFT eines nichtperiodischen Signals kann $\delta$ -Anteile enthalten.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C) Die DTFT ist eine nichtlineare Transformation.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D) Die DTFT konvergiert <i>nur</i> für kausale Signale.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- (b) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über die Z-Transformation (ZT) richtig oder falsch sind:

	Richtig/Falsch	
A) Die ZT konvergiert <i>nur</i> für kausale Signale.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B) Die ZT konvergiert für betragssummierbare Signale.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C) Die ZT konvergiert für nichttriviale periodische Signale.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D) Konvergiert die ZT für $ z  < \frac{1}{2}$ , so konvergiert für dieses Signal auch die zeitdiskrete Fourier-Transformation.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- (c) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über die Z-Transformierte (ZT) eines Signals  $x[n]$ ,  $n = -\infty, \dots, -1, 0, 1, \dots, \infty$ , richtig oder falsch sind:

	Richtig/Falsch	
A) Die ZT konvergiert für $x[n] = a^{ n }$ , $ a  = 2$ .	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B) Die ZT konvergiert für $x[n] = a^{- n }$ , $ a  = 1/2$ .	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C) Die ZT konvergiert für $x[n] = a^n$ , $ a  = 1/2$ .	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D) Die ZT konvergiert für $x[n] = a^{-n}$ , $ a  = 2$ .	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- (d) (3 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über die Z-Transformierte  $X(z)$  eines reellen Zeit-Signals  $x[n]$  richtig oder falsch sind:

	Richtig/Falsch	
A) Der Endwert $\lim_{n \rightarrow \infty} x[n]$ eines Signals $x[n]$ ist endlich aber von Null verschieden, wenn $ X(z)  \rightarrow \infty$ bei $z = 1$ .	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B) Bei zweiseitigem $x[n]$ gehört zum Konvergenzbereich der ZT, sofern die ZT konvergiert, immer auch $ z  = \infty$ .	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C) Bei einem rechtsseitigen, stabilen Signal liegen die Pole der ZT <i>im</i> Einheitskreis der $z$ -Ebene.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

**Aufgabe 4: (15 Punkte)**

Bestimmen Sie die zutreffenden Antworten und kreuzen Sie diese an.

*Jede korrekte Antwort wird mit +1 Punkt gezählt. Keine Antwort oder das Ankreuzen beider Alternativen werden mit 0 Punkten gezählt. Eine falsche Antwort wird mit -1 Punkt gezählt. Die Punkte werden für die gesamte Aufgabe summiert; eine negative Gesamtsumme wird auf Null gesetzt.*

- (a) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über zeitdiskrete Infinite-Impulse-Response (IIR) Filter (mit endlich vielen, beschränkten Koeffizienten) richtig oder falsch sind:

		Richtig/Falsch	
A)	Es können linearphasige IIR-Filter realisiert werden.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B)	IIR-Filter können instabil sein.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C)	IIR-Filter sind per Definition immer kausal.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D)	IIR-Filter sind immer nichtlineare Filter.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- (b) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über den Entwurf zeitdiskreter Filter richtig oder falsch sind:

		Richtig/Falsch	
A)	Mit der Fenstermethode werden IIR-Filter entworfen.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B)	Das Rechteckfenster erzeugt beim Fensterentwurf den steilsten Übergang vom Durchlass- in den Sperrbereich.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C)	Die bilineare Transformation ist ein Verfahren zum Entwurf von Finite-Impulse-Response (FIR) Filtern.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D)	Kausale FIR-Filter erzeugen mit wachsender Zahl von Filterkoeffizienten stärkere Verzögerung am Ausgang.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- (c) (4 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über digitale Filter und deren Z-Übertragungsfunktionen (Z-ÜF) richtig oder falsch sind:

		Richtig/Falsch	
A)	Die Quantisierung der Koeffizienten kann, bei einem IIR-Filter in Direktform, zur Instabilität führen.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B)	Bei linearphasigen Filtern können <i>Polstellen</i> der Z-ÜF außerhalb des Einheitskreises der Z-Ebene liegen.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C)	Bei linearphasigen Filtern können <i>Nullstellen</i> der Z-ÜF außerhalb des Einheitskreises der Z-Ebene liegen.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
D)	Die Pole der Z-ÜF kausaler FIR-Filter liegen bei $z = 0$ .	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

- (d) (3 Punkte) Es soll angegeben werden, ob die folgenden Aussagen über den Entwurf digitaler Filter (und deren Frequenz-Übertragungsfunktionen (ÜF)) durch die bilineare Transformation (BT) richtig oder falsch sind:

		Richtig/Falsch	
A)	Die BT verwendet ein zeit <i>diskretes</i> Referenzfilter.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
B)	Die BT führt zu einer nichtlinearen Stauchung der Frequenzachse des Referenzfilters auf das Intervall $(-\pi, \pi)$ .	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
C)	Die BT <i>verändert</i> die Welligkeit der ÜF des entworfenen Filters im Vergleich zum Referenzfilter.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Zuname:.....

B.14 Matrikelnummer:.....

**Raum für Nebenrechnungen**